TUGAS AKHIR– SM141501

PEMODELAN JUMLAH KEJADIAN BANJIR DI INDONESIA TAHUN 2015 DENGAN MENGGUNAKAN MODEL REGRESI BINOMIAL NEGATIF

RIZKI NUR FADILAH
NRP 06111440000056

Dosen Pembimbing :
Dra. Laksmi Prita Wardhani, M.Si
Dr. Dwi Ratna Sulistyaningrum, S.Si, MT

DEPARTEMEN MATEMATIKA
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya
2018

FINAL PROJECT– SM141501

MODELING THE NUMBER OF FLOOD OCCURRENCE IN INDONESIA IN 2015 WITH USING NEGATIVE BINOMIAL REGRESSION MODEL

RIZKI NUR FADILAH
NRP 06111440000056

Supervisor :
Dra. Laksmi Prita Wardhani, M.Si
Dr. Dwi Ratna Sulistyaningrum, S.Si, MT

DEPARTMENT OF MATHEMATIC
Faculty of Mathematics, Computation, and Data Sciences
Sepuluh Nopember Institute of Technology
Surabaya
2018

LEMBAR PENGESAHAN

PEMODELAN JUMLAH KEJADIAN BANJIR DI INDONESIA TAHUN 2015 DENGAN MENGGUNAKAN MODEL REGRESI BINOMIAL NEGATIF

MODELING THE NUMBER OF FLOOD OCCURRENCE IN INDONESIA IN 2015 WITH USING NEGATIVE BINOMIAL REGRESSION MODEL

TUGAS AKHIR

Diajukan untuk memenuhi salah satu syarat
Untuk memperoleh gelar Sarjana Sains
Pada bidang studi Matematika Terapan
Program Studi S-1 Departemen Matematika
Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh :
RIZKI NUR FADILAH
NRP. 06111440000056

Menyetujui,

Dosen Pembimbing II,

Dr. Dwi Ratna S., S.Si, MT
NIP. 19690405 199403 2 003

Dosen Pembimbing I,

Dra. Laksmi Prita Wardhani, M.Si
NIP. 19611208 198803 2 001

Mengetahui,
Kepala Departemen Matematika
FMKSD ITS

KEMENTERIAN RISET, TEKNOLOGI, DAN PENDIDIKAN TINGGI
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER
FAKULTAS MATEMATIKA, KOMPUTASI, DAN SAINS DATA
DEPARTEMEN MATEMATIKA

Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT
NIP. 19700831 199403 1 003
Surabaya, 2 Agustus 2018

PEMODELAN JUMLAH KEJADIAN BANJIR DI INDONESIA TAHUN 2015 DENGAN MENGGUNAKAN MODEL REGRESI BINOMIAL NEGATIF

Nama Mahasiswa	: Rizki Nur Fadilah
NRP	: 06111440000056
Dosen Pembimbing	: Dra. Laksmi Prita Wardhani, M.Si
	Dr. Dwi Ratna S., S.Si, MT

ABSTRAK

Analisis regresi linier merupakan suatu metode yang digunakan untuk mempprediksikan nilai satu peubah berdasarkan peubah yang lainnya. Analisis regresi linier mengasumsikan bahwa data berdistribusi Normal tetapi untuk data yang berdistribusi tidak Normal, misal pada *count data*, dilakukan menggunakan GLM (*Generalized Linear Model*). GLM merupakan model regresi nonlinear dimana variabel responnya berdistribusi tidak Normal misalnya variabel responnya berdistribusi Binomial Negatif. Pada tugas akhir ini dilakukan kajian mengenai regresi Binomial Negatif berupa estimasi parameter menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* dan mengaplikasikan model regresi Binomial Negatif yang diperoleh pada *count data* tentang jumlah kejadian banjir untuk mendapatkan faktor yang memberikan pengaruh terhadap terjadinya banjir di Indonesia pada tahun 2015. Hasil dari model regresi Binomial Negatif dengan nilai AIC terkecil yaitu : $\hat{\mu} = \exp(4{,}3571 + 0{,}0208X_7 - 0{,}0344X_{10})$. Berdasarkan persamaan model tersebut dapat disimpulkan bahwa variabel x_7 (angin puting beliung) merupakan faktor yang berpengaruh signifikan terhadap terjadinya banjir serta semakin sering terjadinya puting beliung akan menyebabkan terjadinya banjir. Sedangkan jika semakin lama penyinaran matahari yang disimbolkan dengan variabel x_{10}, maka akan menurunkan jumlah terjadinya banjir di Indonesia tahun 2015.

Kata kunci : Data *count*, *Generalized Linear Model*, *Maximum Likelihood Estimation*

MODELING THE NUMBER OF FLOOD OCCURRENCE IN INDONESIA IN 2015 WITH USING NEGATIVE BINOMIAL REGRESSION MODEL

Name	: Rizki Nur Fadilah
NRP	: 06111440000056
Supervisor	: Dra. Laksmi Prita Wardhani, M.Si
	Dr. Dwi Ratna S., S.Si, MT

ABSTRACT

Linear regression analysis is a method used to predict the value of one variable based on other variales. Linear regression analysis assumes that data is Normal distribution but for data that is not Normal distribution, e.g on count data using GLM (Generalized Linear Model). GLM is a nonlinear regression model which the response variable is not Normal distribution e.g the response variable is Negative Binomial distribution. In this final project, there is study about Negative Binomial regression such as parameter estimation using Maximum Likelihood Estimation (MLE) method and to apply Negative Binomial regression model is obtained on flood incidents to obtain the factors that give effect to the occurrence of floods in Indonesia in 2015. Result of Negative Binomial model with smallest AIC value is : $\hat{\mu} = exp(4{,}3571 + 0{,}0208X_7 - 0{,}0344X_{10})$*. Based on the model equation can be clonluded that the variable* x_7 *(tornado) is a significant factor influencing the occurrence of floods and the increasingly frequent occurrence of tornado will cause flooding. While the longer solar radiation that occurs will reduce the number of floods in Indonesia in 2015.*

Key Word : *Count Data, Generalized Linear Model, Maximum Likelihood Estimation*

KATA PENGANTAR

Puji dan syukur kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan tugas akhir yang berjudul

"PEMODELAN JUMLAH KEJADIAN BANJIR DI INDONESIA TAHUN 2015 DENGAN MENGGUNAKAN MODEL REGRESI BINOMIAL NEGATIF"

Tujuan penulisan tugas akhir ini untuk memenuhi sebahagian syarat memperoleh gelar Sarjana Matematika pada Fakultas Matematika, Komputasi, dan Sains Data di Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.

Selama penulisan tugas akhir ini, penulis mendapatkan banyak bantuan dari berbagai pihak yang telah mendukung dan membimbing penulis. Oleh karena itu, disini penulis sampaikan rasa terimakasih sedalam-dalamnya kepada :

1. Ibu Dra. Laksmi Prita Wardhani, M.Si dan Ibu Dr. Dwi Ratna Sulistyaningrum, S.Si, MT selaku dosen pembimbing yang telah meluangkan waktu, tenaga, dan pikirannya untuk membimbing penulis dalam tugas akhir ini.
2. Bapak Dr. Soehardjoepri, M.Si, Bapak Drs. Sentot Didik Surjanto, M.Si, dan Bapak Drs. Sadjidon, M.Si selaku dosen penguji yang telah memberikan saran dalam Tugas Akhir ini.
3. Bapak Drs. Iis Herisman, M.Si selaku Koordinator Tugas Akhir.
4. Bapak Dr. Imam Mukhlash, S.Si, MT selaku Kepala Departemen Matematika ITS yang telah memerikan dukungan dan motivasi hingga Tugas Akhir ini selesai.
5. Seluruh Staff Dosen Departemen Matematika, Fakultas MKSD, Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya yang telah banyak memberikan pengetahuan kepada penulis selama menimba ilmu di Departemen Matematika ini.
6. Orang tua tercinta yang telah banyak memberikan doa dan dukungan kepada penulis secara moril maupun materil hingga tugas akhir ini dapat selesai.

7. Sahabat penulis Reiza T.S.P.S serta Geng "Debu", Tasia, Yuni, Ersha, Diah, dan Mutia yang selalu memberikan dukungan dan semangat di saat senang maupun sedih.
8. Teman-teman seperjuangan keluarga AKSIOM14, Jurusan Matematika, ITS atas dukungan dan kebersamaannya.
9. Semua pihak yang tidak dapat penulis sebut satu persatu yang telah membantu dalam menyelesaikan penulisan tugas akhir ini.

Rasa hormat dan terimakasih bagi semua pihak atas segala dukungan dan doanya semoga Allah SWT, membalas segala kebaikan yang telah mereka berikan kepada penulis. Semoga tugas akhir ditulis oleh penulis ini dapat bermanfaat khususnya bagi penulis sendriri dan umumnya bagi pembaca.

Surabaya, Juli 2018

Penulis

DAFTAR ISI

DAFTAR TABEL

DAFTAR GAMBAR

DAFTAR SIMBOL

y	: variabel terikat
x	: variabel bebas
$\Gamma(.)$	: fungsi gamma
${R_j}^2$	: koefisien determinasi
β_k	: parameter regresi ke-*k*
ε	: *error*
σ^2	: varian
μ	: mean
k	: fungsi penghubung
$b(k)$	: fungsi unit *cumulant*
$\alpha(\phi)$	: parameter skala
$c(y;\phi)$	: suku normalisasi
η	: penduga linier
$g(.)$	: fungsi penghubung antara fungsi dari nilai tengah komponen acak dengan komponen sistematik
$E[y_i]$	: mean dari variabel y_i
$Var[y_i]$	: varian dari variabel y_i
$\mathbf{x}'$	: matriks transpose dari variabel bebas
$\boldsymbol{x}_i'$	: vektor transpose dari variabel bebas ke-*i*
$\boldsymbol{\beta}$	: vektor dari koefisien regresi
θ	: parameter dispersi
$\hat{\beta}$	: taksiran parameter β
$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{t+1}}$	: vektor estimasi parameter pada iterasi ke $t+1$
$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{t}}$	: vektor estimasi parameter pada iterasi ke t
$\widehat{\boldsymbol{H}}_{\boldsymbol{t}}^{-1}$	: invers dari matriks Hessian yang merupakan matriks dengan elemen-elemennya yaitu turunan kedua dari $\ln L(\boldsymbol{\beta},\theta)$

$\hat{\mathbf{g}}_{\boldsymbol{t}}$	: vektor dengan elemen-elemennya yang merupakan turunan pertama dari ln $L(\boldsymbol{\beta}, \theta)$
$L_{\widehat{\omega}}$	: fungsi *likelihood* yang diperoleh dari taksiran β_0 dalam model
$L_{\widehat{\Omega}}$	: fungsi *likelihood* yang diperoleh dari taksiran semua parameter dalam model
$D\left(\hat{\beta}\right)$	: nilai devians residual
α	: taraf signifikansi
W_j	: nilai dari uji Wald
$se(\widehat{\beta_J})$	: standar eror dari $\widehat{\beta_J}$

BAB I
PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Indonesia merupakan Negara beriklim tropis yang mempunyai dua musim, yaitu musim penghujan dan musim kemarau dengan ciri-ciri adanya perubahan cuaca, suhu, dan arah angin yang cukup ekstrim. Kondisi iklim seperti ini digabungkan dengan kondisi topografi permukaan dan batuan yang relatif beragam, baik secara fisik maupun kimiawi menghasilkan kondisi tanah yang subur. Sebaliknya, kondisi tersebut dapat menimbulkan beberapa akibat buruk bagi manusia seperti terjadinya bencana hidrometeorologi seperti banjir, tanah longsor, kebakaran hutan dan kekeringan. Perubahan iklim global yang terjadi belakangan ini memberikan dampak pada terjadinya akumulasi curah hujan tinggi dalam waktu yang lama. Curah hujan tahunan yang relatif sama, namun dengan durasi yang yang lama akan berdampak pada meningkatnya intensitas bencana alam seperti banjir [1].

Banjir merupakan bencana alam yang terjadi akibat ketidakmampuan saluran suatu wilayah menampung tingginya curah hujan di wilayah tersebut atau terjadi akibat genangan air laut yang disebabkan oleh pasang surut. Banjir juga dapat terjadi akibat kurangnya kesadaran masyarakat untuk menjaga lingkungan disekitarnya. Banjir hingga saat ini menjadi masalah yang serius di Indonesia, Badan Nasional Penanggulangan Bencana mencatat di antara tahun 2000 dan 2015, banjir merupakan salah satu bencana alam yang tertinggi di Indonesia, yaitu sekitar 32%, dengan jumlah kejadian sebanyak 6.416 kejadian. Pada penghujung tahun 2015 bencana seperti banjir, tanah longsor, dan puting beliung meningkat dibandingkan dengan bulan-bulan sebelumnya. Kejadian bencana di penghujung tahun 2015 masih tetap didominasi oleh bencana hidrometeorologi (banjir, tanah longsor, dan kekeringan) [2]. Masalah banjir seolah sudah menjadi tradisi tahunan yang wajib dirasakan ketika musim penghujan tiba. Berbagai upaya telah dilakukan pemerintah untuk menanggulangi permalasahan banjir, namun tetap saja belum berhasil mengatasi ancaman banjir tersebut.

Terjadinya banjir disebabkan oleh beberapa hal, seperti curah hujan yang tinggi dalam waktu yang lama bisa mengakibatkan kenaikan air di beberapa tempat penampungan air, terjadinya pasang air laut yang bersamaan dengan puncaknya volume air yang mengalir di sungai, dan dapat terjadi bersamaan dengan angin puting beliung yang biasanya mengakibatkan kenaikan air laut yang diakibatkan terdorongnya permukaan air laut oleh angin [3].

Pada penelitian Cupal, Deev dan Linnertova (2015) menggunakan regresi Poisson untuk memodelkan kejadian banjir di Praha Republik Ceko dengan variabel bebas yang digunakan adalah angin puting beliung, kekeringan dan suhu ekstrim [4]. Hal yang sama juga dilakukan oleh Irwan dan Devni Prima Sari (2013) dalam penggunaan regresi Poisson untuk menjelaskan analisis faktor paling dominan yang menyebabkan tingginya jumlah kecelakaan kendaraan bermotor dan memperkirakan jumlah kecelakaan yang terjadi. Dilakukan pemodelan ulang dengan menggunakan model regresi Binomial Negatif pada penelitian tersebut dikarenakan terjadi overdispersi [5].

Model regresi Binomial Negatif merupakan salah satu bentuk analisis regresi yang digunakan untuk model *count data* dan termasuk dalam model regresi nonlinier. Model Regresi Binomial Negatif merupakan suatu model regresi yang digunakan untuk menganalisis hubungan antara sebuah variable terikat yang berupa *count data* dengan satu atau lebih variable bebas. Regresi Binomial Negatif tidak mengharuskan nilai variansi sama dengan rataannya (*equidispersion*) dan dapat digunakan ketika nilai variansinya lebih besar dari nilai rataannya (*overdispersion*) [6]. Berdasarkan uraian diatas, dilakukan penelitian mengenai model regresi Binomial Negatif untuk kasus jumlah kejadian banjir di indonesia selama tahun 2015 serta mengkaji hasil penerapan dari model regresi Binomial Negatif pada kasus jumlah kejadian banjir yang terjadi di Indonesia.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan latar belakang tersebut maka permasalahan dapat dirumuskan sebagai berikut:

1. Bagaimana penerapan model regresi Binomial Negatif pada data jumlah kejadian banjir di Indonesia tahun 2015?
2. Bagaimana model Regresi Binomial Negatif dari hubungan antara faktor-faktor terjadinya bencana banjir di Indonesia?
3. Apakah faktor yang memberi pengaruh signifikan terhadap terjadinya banjir di Indonesia dari model yang diperoleh?

1.3 Batasan Masalah

Batasan-batasan masalah yang digunakan dalam tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Data bencana banjir yang terjadi di 34 provinsi se-Indonesia selama tahun 2015.
2. Faktor-faktor yang akan dianalisis meliputi curah hujan, kecepatan angin, kelembaban udara, tekananan udara, suhu rata-rata, jumlah terjadinya kekeringan, jumlah terjadinya angin puting beliung, jumlah hari hujan, jumlah kejadian gelombang pasang dan lama penyinaran matahari yang terjadi di 34 provinsi se-Indonesia selama tahun 2015.
3. Menggunakan *software* R untuk mengolah data dan *software* Matlab untuk simulasi model regresi.
4. Kategori banjir dari data BNPB yang digunakan telah termasuk dalam jenis banjir genangan, banjir bandang, dan banjir rob.

1.4 Tujuan

Tujuan pada penulisan tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Mengkaji model regresi Binomial Negatif dan mengimplementasikan model pada data jumlah kejadian banjir di Indonesia tahun 2015.
2. Mendapatkan model regresi Binomial Negatif dari hubungan antara faktor-faktor terjadinya bencana banjir di Indonesia tahun 2015.

3. Menganalisis faktor yang mempengaruhi terjadinya banjir di Indonesia berdasarkan model yang diperoleh.

1.5 Manfaat

Manfaat dari penulisan tugas akhir ini adalah sebagai berikut:

1. Mendapatkan hasil penerapan model regresi Binomial Negatif pada data jumlah kejadian banjir di Indonesia.
2. Memodelkan faktor-faktor terjadinya bencana banjir di Indonesia pada tahun 2015 dengan menggunakan regresi Binomial Negatif.
3. Untuk mengetahui faktor yang mempengaruhi terjadinya bencana banjir di Indonesia.

BAB II
TINJAUAN PUSTAKA

2.1 Penelitian Terdahulu

Penelitian yang pernah dilakukan berhubungan dengan regresi Binomial Negatif antara lain:

1. Pada penelitiannya, Albertus (2017) melakukan analisis regresi Binomial Negatif untuk mengatasi *overdispersion* dari regresi Poisson dan mengetahui faktor-faktor yang mempengaruhi kenaikan jumlah pengangguran di Provinsi Jawa Timur pada tahun 2014 sampai tahun 2015. Berdasarkan model regresi Binomial Negatif yang diperoleh dalam penelitiannya bahwa dengan semakin bertambahnya persentase penduduk yang tinggal di perkotaan, Upah Minimum Regional (UMR), dan Tingkat Partisipasi Angkatan Kerja (TPAK) maka akan mempengaruhi jumlah pengangguran di Provinsi Jawa Timur pada tahun 2015[7].
2. Penelitian Aulia Safitri (2014) dilakukan untuk menentukan model terbaik untuk memodelkan jumlah kasus AIDS di Indonesia berdasarkan faktor sosiodemografi dengan menggunakan model regresi Poisson dan model regresi Binomial Negatif. Ketika model telah didapatkan, dilakukan perbandingan antara model regresi Poisson dan model regresi Binomial Negatif untuk mencari model terbaik yang dapat digunakan. Berdasarkan nilai *log-likelihood*, uji *likelihood ratio*, AIC, dan BIC, model regresi Binomial Negatif lebih baik digunakan untuk kasus AIDS menurut provinsi di Indonesia tahun 2011 dengan variabel yang signifikan yaitu kepadatan penduduk[8].

2.2 Fungsi Gamma

Fungsi gamma merupakan fungsi yang sering muncul dalam pemecahan persamaan diferensial dan biasanya ditulis dengan $\Gamma(n)$, didefinisikan sebagai bentuk berikut:

$$\Gamma(n) = \int_0^\infty x^{n-1} e^{-x}\, dx = \lim_{b \to \infty} \int_0^b x^{n-1} e^{-x}\, dx \qquad (2.1)$$

$\rightarrow$ konvergen untuk $n > 0$

Hasil integral fungsi gamma menyatakan bahwa $\Gamma(n) = (n-1)!$ dan disebut juga fungsi faktorial atau perkalian berlanjut dengan $n = 1,2,3, \ldots$

Berikut ini beberapa nilai dari fungsi gamma [9],

1. Jika $n = 1$, maka nilai dari $\Gamma(1)$ yaitu
$$\begin{aligned}\Gamma(1) &= \int_0^\infty x^{1-1} e^{-x}\, dx \\ &= \int_0^\infty e^{-x}\, dx \\ &= 1\end{aligned}$$
2. Jika n adalah suatu bilangan bulat dan $n > 1$, maka nilai dari $\Gamma(n)$ yaitu
$$\begin{aligned}\Gamma(n) &= \int_0^\infty x^{n-1} e^{-x}\, dx \\ &= (n-1)\Gamma(n-1) \\ &= (n-1)!\end{aligned}$$
3. Jika n bilangan pecahan positif, maka nilai dari $\Gamma(n)$ yaitu
$$\Gamma(n) = (n-1).(n-2) \ldots c\Gamma(n), \quad \text{untuk } 0 < c < 1$$

2.3 Multikolinieritas

Multikolinieritas adalah kondisi dimana terdapat hubungan linier atau korelasi yang tinggi antara masing-masing variabel independen dalam model regresi. Multikolinieritas biasanya terjadi ketika sebagian besar variabel yang digunakan saling terkait dalam suatu model regresi. Oleh karena itu, masalah multikolinieritas tidak terjadi pada regresi linier sederhana yang hanya melibatkan satu variabel independen. Salah satu cara untuk mengidentifikasi adanya multikolinieritas pada model regresi adalah *Variance Inflation Factor* (VIF). Metode untuk menguji adanya multikolinieritas dapat dilihat pada *variance inflation factor* (VIF). Ukuran ini menunjukkan setiap variabel independen manakah yang dijelaskan oleh variabel independen lainnya. Nilai VIF dapat diperoleh dengan persamaan sebagai berikut:

$$\mathrm{VIF} = \frac{1}{1 - {R_j}^2} \tag{2.2}$$

dengan ${R_j}^2$ adalah koefisien determinasi yang dihasilkan dari variabel bebas X_j yang diregresikan terhadap variabel bebas lainnya [10]. Untuk batas nilai VIF adalah 10, jika nilai VIF > 10 maka terjadi multikolinieritas tinggi antara variabel bebas dengan variabel bebas lainnya. Jika nilai VIF < 10 maka dapat diartikan tidak terdapat multikolinieritas pada penelitian tersebut. Cara yang dapat dilakukan untuk menanggulangi jika terjadi multikolinieritas adalah dengan mengeluarkan atau mengeliminasi salah satu variabel bebas yang memiliki korelasi yang tinggi dari model regresi dan identifikasi variabel lainnya untuk membantu prediksi [11].

2.4 Analisis Regresi

Analisis regresi merupakan suatu metode untuk mengetahui pengaruh antara satu variabel dengan variabel lainnya. Variabel yang dipengaruhi dinyatakan sebagai variabel terikat (y) sedangkan variabel yang mempengaruhi dinyatakan sebagai variabel bebas (x). Variabel yang dipengaruhi dinyatakan sebagai variabel terikat karena nilainya ditentukan oleh variabel bebas. Variabel yang mempengaruhi dinyatakan sebagai variabel bebas karena nilainya dapat dikontrol. Secara umum, model analisis regresi dapat dinyatakan sebagai persamaan berikut:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \cdots + \beta_{k-1} x_{k-1} + \beta_k x_k + \varepsilon \tag{2.3}$$

dengan $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \ldots, \beta_{k-1}, \beta_k$ merupakan nilai yang belum diketahui (parameter) dan harus diduga, sedangkan ε melambangkan kesalahan (*error*) dan $\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$.

Analisis regresi dapat dibedakan yaitu analisis regresi linier dan analisis regresi nonlinier. Penerapan analisis regresi linier harus memenuhi asumsi kelinieran dalam parameter dan *error* berdistribusi normal. Apabila model regresi dari data yang dianalisis tidak linier secara parameter dan *error* tidak berdistribusi Normal, maka analisis regresi yang digunakan adalah analisis regresi nonlinier. Memodelkan data yang tidak linier secara parameter dapat menggunakan *Generalized Linear Model* (GLM). *Generalized* sendiri merujuk pada distribusi *y* yang tidak diasumsikan Normal [12].

Terdapat tiga komponen utama dalam GLM, yaitu [13] :

1. Komponen acak yaitu, peubah respon $y_1, y_2, \dots, y_n$ yang merupakan contoh acak dimana $y_i \sim BN(\mu_i, \sigma^2)$ dan termasuk dalam keluarga sebaran eksponensial. Suatu fungsi probabilitas yang tergantung pada suatu parameter θ dari suatu variabel random y dikatakan termasuk dalam keluarga eksponensial apabila dapat dituliskan sebagai berikut [14]:

$$f(y; k, \phi) = \exp\left\{\frac{yk - b(k)}{\alpha(\phi)} + c(y; \phi)\right\} \quad (2.4)$$

dengan :

k : fungsi penghubung

$b(k)$: fungsi unit *cumulant*

$\alpha_i(\phi)$: parameter skala, $\alpha(\phi) = 1$ untuk model *count data* dan diskrit

$c(y; \phi)$: suku normalisasi untuk menjamin bahwa total nilai fungsi probabilitas adalah 1

2. Komponen sistematik, yaitu $x_1, x_2, \dots, x_p$ yang menghasilkan penduga linier η dimana $\eta_i = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 \dots + \beta_p x_p$.
3. Fungsi penghubung (*link function*) $g(.)$, yang menghubungkan suatu fungsi dari nilai tengah komponen acak dengan komponen sistematik : $g(\mu_i) = \eta_i$.

2.5 Analisis Regresi Binomial Negatif

Model regresi Binomial Negatif merupakan suatu model regresi yang digunakan untuk menganalisis hubungan antara sebuah variabel terikat yang berupa *count data* dengan satu atau lebih variabel bebas.

Regresi Binomial Negatif merupakan salah satu model regresi dari *Generalized Linear Model* (GLM). Penerapan dari

GLM pada distribusi Binomial Negatif memiliki ketiga komponen yang akan dijelaskan sebagai berikut [15]:

1. Komponen acak

Pada regresi Binomial Negatif variabel respon y_i dengan $i = 1,2,\dots,n$ diasumsikan berdistribusi Binomial Negatif yang dihasilkan dari distribusi *mixture* Poisson-Gamma.

Misalkan $y_i|\mu \sim Poisson(\mu)$; $i = 1,2,3,\dots$

$$\mu \sim Gamma(\alpha,\beta)$$

$$f(y_i|\mu) = \frac{e^{-\mu}\mu^{y_i}}{y_i!} \quad ; i = 1,2,3,\dots \tag{2.5}$$

$$f(\mu|\alpha,\beta) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^{\alpha}}\mu^{\alpha-1}e^{-\frac{\mu}{\beta}} \tag{2.6}$$

Fungsi massa peluang *mixture* Poisson-Gamma diperoleh dengan cara sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
P(y_i|\alpha,\beta) &= \int_0^{\infty} f(y_i|\mu).f(\mu|\alpha,\beta)\,d\mu \\
&= \int_0^{\infty} \frac{e^{-\mu}\mu^{y_i}}{y_i!}\cdot\frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^{\alpha}}\mu^{\alpha-1}e^{-\frac{\mu}{\beta}}\,d\mu \\
&= \frac{1}{y_i!\,\Gamma(\alpha)\beta^{\alpha}}\int_0^{\infty}(e^{-\mu}\mu^{y_i})\left(\mu^{\alpha-1}e^{-\frac{\mu}{\beta}}\right)d\mu \\
&= \frac{1}{y_i!\,\Gamma(\alpha)\beta^{\alpha}}\int_0^{\infty} e^{-\mu(1+\frac{\mu}{\beta})}\mu^{(y_i+\alpha-1)}\,d\mu
\end{aligned}$$

Misalkan, $v = \mu\left(1+\frac{1}{\beta}\right) \rightarrow \mu = \frac{v}{1+\frac{1}{\beta}} = \frac{\beta v}{\beta+1}$

$$dv = 1+\frac{1}{\beta}\,d\mu$$

untuk $\mu = 0 \rightarrow v = 0$

$\mu = \infty \rightarrow v = \infty$

sehingga,

$$P(y_i|\alpha,\beta) = \frac{\beta^{-\alpha}}{y_i!\,\Gamma(\alpha)}\int_0^{\infty} e^{-v}\left(\frac{\beta v}{\beta+1}\right)^{(y_i+\alpha-1)}\frac{\beta}{\beta+1}\,dv$$

$$= \frac{\beta^{-\alpha}}{y_i!\,\Gamma(\alpha)} \int_0^\infty e^{-v} \frac{\beta^{(y_i+\alpha)}.\,\beta^{-1}.\,\beta.\,v^{(y_i+\alpha-1)}}{(\beta+1)^{(y_i+\alpha)}.\,(\beta+1)^{-1}.\,(\beta+1)}\,dv$$

$$= \frac{\beta^{y}}{y_i!\,\Gamma(\alpha)(\beta+1)^{(y_i+\alpha)}} \int_0^\infty e^{-v} v^{(y_i+\alpha-1)}\,dv$$

$$= \frac{1}{y_i!\,\Gamma(\alpha)} \left(\frac{\beta}{\beta+1}\right)^{y_i} \left(\frac{1}{\beta+1}\right)^{\alpha} \Gamma(y_i+\alpha)$$

$$P(y_i|\alpha,\beta) = \frac{\Gamma(y_i+\alpha)}{y_i!\,\Gamma(\alpha)} \left(\frac{\beta}{\beta+1}\right)^{y_i} \left(\frac{1}{\beta+1}\right)^{\alpha};\, i = 1,2,\ldots \tag{2.7}$$

$P(y_i|\alpha,\beta)$ merupakan fungsi massa peluang binomial negatif yang dihasilkan dari distribusi *mixture* Poisson-Gamma. Rataan dan variansi dari Binomial Negatif adalah $E[y_i] = \alpha\beta$ dan $Var[y_i] = \alpha\beta + \alpha\beta^2$.

Jika nilai parameter dari distribusi *mixture* Poisson-Gamma diasumsikan dalam bentuk $\mu = \alpha\beta$ dan $\theta = \frac{1}{\alpha}$, maka diperoleh mean dan varian dalam bentuk $E[y_i] = \mu$ dan $Var[y_i] = \mu + \theta\mu^2$

$$f(y_i;\mu,\theta) = \frac{\Gamma\left(y_i+\frac{1}{\theta}\right)}{y_i!\,\Gamma\left(\frac{1}{\theta}\right)} \left(\frac{\theta\mu}{\theta\mu+1}\right)^{y_i} \left(\frac{1}{\theta\mu+1}\right)^{\frac{1}{\theta}} \quad ;\, i = 1,2,\ldots,n \tag{2.8}$$

Distribusi Binomial Negatif merupakan salah satu keluarga eksponensial seperti pada persamaan (2.4). Fungsi distribusi keluarga eksponensial dari distribusi Binomial Negatif sebagai berikut.

$$f(y_i;\mu,\theta) = \exp\left\{\ln\left\{\frac{\Gamma(y_i+\frac{1}{\theta})}{y_i!\,\Gamma\left(\frac{1}{\theta}\right)} \left(\frac{\theta\mu}{\theta\mu+1}\right)^{y_i} \left(\frac{1}{\theta\mu+1}\right)^{\frac{1}{\theta}}\right\}\right\}$$

$$f(y_i;\mu,\theta) = \exp\left\{\ln\left(\frac{\Gamma(y_i+\frac{1}{\theta})}{y_i!\,\Gamma\left(\frac{1}{\theta}\right)}\right) + y_i \ln\left(\frac{\theta\mu}{\theta\mu+1}\right) + \frac{1}{\theta}\ln\left(\frac{1}{\theta\mu+1}\right)\right\}$$

$$f(y_i;\mu,\theta) = \exp\left\{y_i \ln\left(\frac{\theta\mu}{\theta\mu+1}\right) - \left(-\frac{1}{\theta}\ln\left(\frac{1}{\theta\mu+1}\right)\right) + \ln\left(\frac{\Gamma(y_i+\frac{1}{\theta})}{y_i!\,\Gamma\left(\frac{1}{\theta}\right)}\right)\right\}$$

Karena dapat dibentuk ke dalam persamaan keluarga eksponensial seperti pada persamaan (2.4), sehingga diperoleh

$$k = \ln\left(\frac{\theta\mu}{\theta\mu+1}\right)$$

$$\alpha(\phi) = 1$$

$$b(k) = -\frac{1}{\theta}\ln\left(\frac{1}{\theta\mu+1}\right)$$

$$c(y;\phi) = \ln\left(\frac{\Gamma(y_i+\frac{1}{\theta})}{y_i!\,\Gamma\left(\frac{1}{\theta}\right)}\right)$$

2. Komponen Sistematis

Variabel prediktor dalam model regresi Binomial Negatif dinyatakan dalam bentuk kombinasi linier antara parameter (η) dengan parameter regresi yang akan diestimasi yaitu:

$$\eta_i = \beta_0 + \beta_1 x_{1i} + \beta_2 x_{2i} \dots + \beta_p x_{pi} \tag{2.9}$$

atau dapat dituliskan dalam bentuk sebagai berikut:

$$\boldsymbol{\eta} = \mathbf{x}'\boldsymbol{\beta} \tag{2.10}$$

dengan $\boldsymbol{\eta}$ adalah vektor dari observasi, $\mathbf{x}'$ adalah matriks transpose dari variabel bebas, dan $\boldsymbol{\beta}$ adalah matriks dari koefisien regresi

$$\boldsymbol{x}_i' = [1, x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{pi}]; \quad \boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix}$$

3. Fungsi Penghubung (*link function*)

Jika diasumsikan nilai ekspektasi y_i adalah $E(y_i) = \mu_i$ maka untuk mentransformasikan nilai η_i ke rentang yang sesuai dengan rentang pada respon y diperlukan suatu fungsi penghubung $g(.)$ yaitu:

$$g(\mu_i) = \ln[E(y_i)] = \ln \mu_i = \boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta} \text{ untuk } i = 1,2, \dots, n \qquad (2.11)$$

Sehingga diperoleh model regresi Binomial Negatif sebagai berikut:

$$\mu_i = \exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}) \qquad (2.12)$$

2.6 Estimasi Parameter Regresi Binomial Negatif

Estimasi parameter untuk regresi Binomial Negatif menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Karena hasil dari metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) tidak *closed form* (bentuk-tertutup) dimana persamaan yang dihasilkan tidak dapat dianalisis secara analitik, maka digunakan metode iterasi Newton-Raphson untuk memaksimumkan fungsi *likelihood*. Langkah-langkah untuk melakukan estimasi parameter dengan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) adalah sebagai berikut [16]:

1. Ambil sampel random $y_1, y_2, \dots, y_n$ dengan $y_i \sim BN(\mu_i, \theta)$

$$f(y_i; \mu_i, \theta) = \frac{\Gamma\left(y_i + \frac{1}{\theta}\right)}{\Gamma(y_i + 1)\Gamma\left(\frac{1}{\theta}\right)} \left(\frac{\theta\mu_i}{1 + \theta\mu_i}\right)^{y_i} \left(\frac{1}{1 + \theta\mu_i}\right)^{\frac{1}{\theta}} \qquad (2.13)$$

2. Bentuk fungsi *Likelihood*

$$L(\mu_i, \theta) = \prod_{i=1}^{n} f(y_i; \mu_i, \theta)$$

$$= \prod_{i=1}^{n} \left\{ \prod_{r=0}^{y_i - 1} (1 + \theta r) \left(\frac{1}{\theta}\right)^{y_i} \frac{1}{y_i!} \left(\frac{1}{1 + \theta\mu_i}\right)^{1/\theta} \left(\frac{\theta\mu_i}{1 + \theta\mu_i}\right)^{y_i} \right\} \qquad (2.14)$$

3. Fungsi likelihood dari regresi Binomial Negatif pada persamaan (2.14) disederhanakan dengan fungsi log *likelihood*

$$\ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta) = \sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{r=0}^{y_i-1}\ln(1+\theta r)\right) - \sum_{i=1}^{n} y_i \ln\theta - \sum_{i=1}^{n}\ln y_i! - \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\theta}\ln(1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})) + \sum_{i=1}^{n} y_i \ln\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}) - \sum_{i=1}^{n} y_i \ln(1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}) \tag{2.15}$$

Estimasi *maximum likelihood* dapat diselesaikan dengan memaksimumkan model $\ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)$. Fungsi log-likelihood diturunkan secara parsial terhadap masing-masing parameter yang bersesuaian kemudian disamadengankan nol, yaitu

$\frac{\partial\ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial\beta} = 0$ terhadap parameter β

$\frac{\partial\ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial\theta} = 0$ terhadap parameter θ

4. Metode Iterasi Newton Raphson

Metode Newton-Raphson merupakan salah satu metode untuk menemukan solusi dari fungsi log-*likelihood* yang tidak *closed form* atau bukan solusi bentuk-tertutup. Sehingga diperoleh nilai yang dapat dijadikan sebagai taksiran masing-masing parameter. Berikut ini persamaan dari iterasi Newton-Raphson [12]:

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{t+1}} = \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{t}} - \widehat{\boldsymbol{H}}_{\boldsymbol{t}}^{-1}\hat{\mathbf{g}}_{\boldsymbol{t}} \tag{2.16}$$

dengan :

$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{t+1}}$: vektor estimasi parameter pada iterasi ke $t+1$

$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{t}}$: vektor estimasi parameter pada iterasi ke t

$\widehat{\boldsymbol{H}}_{\boldsymbol{t}}^{-1}$: invers dari matriks Hessian yang merupakan matriks dengan elemen-elemennya yaitu turunan kedua dari $\ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)$

$\hat{\mathbf{g}}_{\boldsymbol{t}}$: vektor dengan elemen-elemennya yang merupakan turunan pertama dari $\ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)$

Matriks Hessian untuk kasus model regresi Binomial Negatif adalah sebagai berikut:

$$\widehat{\boldsymbol{H}}_{\boldsymbol{t}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial {\beta_0}^2} & \frac{\partial^2 \ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial \beta_0 \partial \beta_1} & \cdots & \frac{\partial^2 \ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial \beta_0 \partial \beta_k} & \frac{\partial^2 \ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial \beta_0 \partial \theta} \\ \frac{\partial^2 \ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial \beta_0 \partial \beta_1} & \frac{\partial^2 \ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial {\beta_1}^2} & \cdots & \frac{\partial^2 \ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial \beta_1 \partial \beta_k} & \frac{\partial^2 \ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial \beta_1 \partial \theta} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial^2 \ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial \beta_0 \partial \beta_k} & \frac{\partial^2 \ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial \beta_1 \partial \beta_k} & \cdots & \frac{\partial^2 \ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial {\beta_k}^2} & \frac{\partial^2 \ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial \beta_k \partial \theta} \\ \frac{\partial^2 \ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial \beta_0 \partial \theta} & \frac{\partial^2 \ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial \beta_1 \partial \theta} & \cdots & \frac{\partial^2 \ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial \beta_k \partial \theta} & \frac{\partial^2 \ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial \theta^2} \end{bmatrix}$$

sedangkan untuk vektor $\hat{\mathbf{g}}_{\boldsymbol{t}}$ yang berisi turunan pertama dari $\ln L(\beta,\theta)$ adalah sebagai berikut:

$$\hat{\mathbf{g}}_{\boldsymbol{t}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial \beta_0} \\ \frac{\partial \ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial \beta_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial \ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial \beta_k} \\ \frac{\partial \ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial \beta_\theta} \end{bmatrix}$$

dengan $\hat{\mathbf{g}}_{\boldsymbol{t}}$ merupakan vektor gradien yang dievaluasi pada $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{t}}$ dan $\widehat{\boldsymbol{H}}_t$ merupakan matriks Hessian yang dievaluasi pada $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{t}}$. Berikut ini rumus untuk $\hat{\mathbf{g}}_{\boldsymbol{t}}$ dan $\widehat{\boldsymbol{H}}_t$:

$$\hat{\mathbf{g}}_{\boldsymbol{t}} = \left.\frac{\partial l(\beta)}{\partial \beta}\right|_{\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{t}}} \text{ dan } \widehat{\boldsymbol{H}}_{\boldsymbol{t}} = \left.\frac{\partial^2 l(\beta)}{\partial \beta \partial \beta'}\right|_{\widehat{\boldsymbol{\beta}}_t}$$

Langkah-langkah dari iterasi Newton-Raphson sebagai berikut [17]:

1. Menentukan nilai taksiran awal untuk parameter β dengan menggunakan metode *Ordinary Least Square* (OLS) seperti pada persamaan berikut.

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(\mathbf{0})} = (\mathbf{x}'\mathbf{x})^{-1}(\mathbf{x}'\mathbf{y}) \tag{2.17}$$

dimana :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 & x_{1(1)} & x_{2(1)} & x_{3(1)} & \cdots & x_{p(1)} \\ 1 & x_{1(2)} & x_{2(2)} & x_{3(2)} & \cdots & x_{p(2)} \\ 1 & x_{1(3)} & x_{2(3)} & x_{3(3)} & \cdots & x_{p(3)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{1(n)} & x_{2(n)} & x_{3(n)} & \cdots & x_{p(n)} \end{bmatrix} \text{ dan } \mathbf{y} = \begin{bmatrix} \ln y_1 \\ \ln y_2 \\ \ln y_3 \\ \vdots \\ \ln y_n \end{bmatrix}$$

2. Setelah mendapatkan taksiran $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(\mathbf{0})}$, menetukan taksiran $\hat{\boldsymbol{\beta}}$ pada iterasi ke-*t* $(t = 0,1,2,\ldots)$ yaitu $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(\boldsymbol{t}+\mathbf{1})}$ dengan menggunakan persamaan (2.16)
3. Proses iterasi berhenti ketika nilai taksiran yang diperoleh telah konvergen yaitu

$$\left\|\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(\boldsymbol{t}+\mathbf{1})} - \hat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{t}}\right\| = \mathrm{Sup}_{\mathrm{j}=1,\ldots,\mathrm{n}} \left|\hat{\boldsymbol{\beta}}^{\boldsymbol{j}}_{(\boldsymbol{t}+\mathbf{1})} - \hat{\boldsymbol{\beta}}^{\boldsymbol{j}}_{\boldsymbol{t}}\right| \leq \varepsilon$$

   sehingga $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{(\boldsymbol{t}+\mathbf{1})} = \hat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{t}}$
4. Jika telah memenuhi keadaan seperti pada langkah 3, maka nilai dari $\hat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{t}+\mathbf{1}}$ merupakan nilai taksiran untuk parameter $\hat{\boldsymbol{\beta}}$

Untuk menyelesaikan persamaan iterasi Newton-Raphson biasanya digunakan *software* komputer, misalnya *software* Matlab.

2.7 Uji Signifikansi Parameter Model Regresi Binomial Negatif

Uji signifikansi diperlukan untuk melihat pengaruh dari peubah terikat yang disertakan dalam model. Uji signifikansi model dibagi menjadi dua yaitu uji serentak dan uji parsial masing-masing peubah terikat.

Pengujian signifikansi secara serentak terhadap parameter model regresi Binomial Negatif dengan menggunakan uji devians dengan hipotesis ujinya sebagai berikut:

H_0: $\beta_1 = \cdots = \beta_p = 0$

H_1: terdapat $\beta_j \neq 0$; $j = 1,2,\ldots,p$

Statistik Uji :

$$D(\hat{\beta}) = -2\ln\left(\frac{L_{\widehat{\omega}}}{L_{\widehat{\Omega}}}\right) = -2(\ln(L_{\widehat{\omega}})) - \ln(L_{\widehat{\Omega}})) \tag{2.18}$$

dimana :

$L_{\widehat{\omega}}$: fungsi *likelihood* yang diperoleh dari taksiran β_0 dalam model

$$\ln L_{\widehat{\omega}} = \ell\left(y_i; \hat{\beta}_0, \theta\right)$$
$$= \sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{r=0}^{y_i-1} \ln(1+\theta r)\right) - \sum_{i=1}^{n} y_i \ln\theta - \sum_{i=1}^{n} \ln y_i! -$$
$$\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\theta}\ln\left(1+\theta\exp(\hat{\beta}_0)\right) + \sum_{i=1}^{n} y_i \ln\theta\exp(\hat{\beta}_0) -$$
$$\sum_{i=1}^{n} y_i \ln\left(1+\theta\exp(\hat{\beta}_0\right) \tag{2.19}$$

$L_{\widehat{\Omega}}$: fungsi *likelihood* yang diperoleh dari taksiran semua parameter dalam model

$$\ln L_{\widehat{\Omega}} = \ell\left(y_i; \widehat{\boldsymbol{\beta}}, \theta\right)$$
$$= \sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{r=0}^{y_i-1} \ln(1+\theta r)\right) - \sum_{i=1}^{n} y_i \ln\theta - \sum_{i=1}^{n} \ln y_i! -$$
$$\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\theta}\ln\left(1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\widehat{\boldsymbol{\beta}})\right) + \sum_{i=1}^{n} y_i \ln\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\widehat{\boldsymbol{\beta}}) -$$
$$\sum_{i=1}^{n} y_i \ln\left(1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\widehat{\boldsymbol{\beta}}\right) \tag{2.20}$$

Jika persamaan (2.19) dan (2.20) disubstitusi ke persamaan (2.18), maka menjadi persamaan berikut:

$$D\left(\hat{\beta}\right) = -2[\ln(L_{\widehat{\omega}})) - \ln(L_{\widehat{\Omega}})]$$
$$= -2\left[-\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\theta}\ln\left(1+\theta\exp(\hat{\beta}_0)\right) + \sum_{i=1}^{n} y_i \ln\theta\exp(\hat{\beta}_0)\right.$$
$$-\sum_{i=1}^{n} y_i \ln\left(1+\theta\exp(\hat{\beta}_0\right) + \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\theta}\ln\left(1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\widehat{\boldsymbol{\beta}})\right) -$$

$$\sum_{i=1}^{n} y_i \ln \theta \exp(\boldsymbol{x}_i'\widehat{\boldsymbol{\beta}}) + \sum_{i=1}^{n} y_i \ln\big(1 + \theta \exp(\boldsymbol{x}_i'\widehat{\boldsymbol{\beta}})\big)\Bigg] \tag{2.21}$$

Diketahui $D(\hat{\beta})$ berdistribusi *chi-square* dengan derajat bebas sebanyak parameter yang dihipotesiskan [15].

Kriteria pengujiannya adalah H_0 ditolak jika statistik uji $D(\hat{\beta}) > \chi^2_{(\alpha,\mathrm{p})}$. Apabila H_0 ditolak berarti terdapat parameter yang signifikan pada model regresi Binomial Negatif yang terbentuk [14].

Pengujian signifikansi secara parsial adalah uji untuk masing-masing parameter yang berpengaruh terhadap model regresi Binomial Negatif dengan menggunakan uji Wald. Hipotesis ujinya sebagai berikut:

H_0: $\beta_j = 0$

H_1: $\beta_j \neq 0$; $j = 1,2,\dots,p$

Statistik Uji :

$$W_j = \frac{\widehat{\beta_J}}{se(\widehat{\beta_J})} \tag{2.22}$$

dengan $\widehat{\beta_J}$ merupakan taksiran parameter β_j dan $se(\widehat{\beta_J})$ merupakan standar *error* dari $\widehat{\beta_J}$. Kriteria pengujiannya adalah H_0 ditolak jika statistik uji $|W_j| > t_{\left(\frac{\alpha}{2},n-1\right)}$. Apabila H_0 ditolak berarti parameter ke-*j* signifikan atau memberikan pengaruh terhadap model regresi Binomial Negatif [15].

2.8 *Akaike Information Criteria*

Ketika model regresi didapatkan, selanjutnya adalah membandingkan model tersebut untuk mencari model regresi terbaik yang dapat digunakan. Salah satu pengukuran yang sering digunakan adalah *Akaike Information Criterion* (AIC). Perhitungan nilai AIC dapat dilakukan dengan persamaan sebagai berikut:

$$AIC = -2\ln L(\mu_i, \theta) + 2p \tag{2.23}$$

dimana $L(\mu_i, \theta)$ adalah nilai fungsi *likelihood* dari fungsi probabilitas tertentu dan p adalah jumlah parameter. Ketika diperoleh beberapa model regresi, untuk mendapatkan model regresi terbaik adalah dengan membandingkan nilai AIC dari masing-masing model dan memilih model dengan nilai AIC terkecil [14].

2.9 Banjir

Menurut Peraturan Dirjen RLPS No.04 thn 2009, banjir dalam pengertian umum adalah debit air sungai dalam jumlah yang tinggi, atau debit aliran air di sungai secara relatif lebih besar dari kondisi normal akibat hujan yang turun di hulu atau di suatu tempat tertentu terjadi secara terus menerus, sehingga air tersebut tidak dapat ditampung oleh alur sungai yang ada, maka air melimpah keluar dan menggenangi daerah sekitarnya.

Menurut Badan Nasional Penanggulangan Bencana (BNPB), banjir terbagi menjadi 3 kategori, yaitu [1]:

1. Banjir genangan

Banjir genangan atau sering disebut dengan istilah banjir merupakan kategori yang paling sering terjadi. Penyebab banjir ini dapat berupa meluapnya air dari sungai, danau, maupun selokan yang menampungnya. Curah hujan yang tinggi dan lama di area sekitar sungai maupun danau mengakibatkan tempat-tempat ini tidak mampu lagi menampung volume air yang masuk. Selain itu, banjir genangan dapat pula disebabkan oleh aliran sungai dan selokan yang tidak lancar sehingga menghambat sirkulasi air yang melaluinya.

2. Banjir bandang

Berbeda dengan banjir genangan, banjir bandang terjadi ketika volume air yang sangat tinggi meluap ke area daratan dalam kurun waktu yang cepat. Debit air yang besar dan mengalir dengan kecepatan tinggi dapat menyapu bersih apapun yang dilaluinya, termasuk pepohonan dan rumah warga. Banjir ini juga seringkali membawa material lain seperti lumpur. Oleh karena itu, berbagai kasus banjir bandang memakan korban jiwa yang besar.

3. Banjir rob

Banjir rob disebut juga banjir laut pasang. Fenomena ini disebabkan oleh pasang naik air laut yang mencapai daratan. Pasang turun-naik air laut sejatinya merupakan peristiwa normal terjadi di daerah pesisir akan tetapi, hal ini menjadi berakibat buruk apabila naiknya permukaan air laut sampai menggenangi area pemukiman warga. Biasanya banjir rob menjadi salah satu efek samping dari fenomena *La Nina*, gejala perubahan iklim yang mengakibatkan naiknya curah hujan dan gelombang air laut di beberapa daerah sekitar Samudera Pasifik, termasuk Indonesia.

BAB III
METODOLOGI PENELITIAN

Bab ini akan menjelaskan mengenai jenis data dan langkah-langkah analisis yang akan digunakan untuk menyelesaikan tugas akhir ini. Metode analisis yang digunakan adalah metode regresi Binomial Negatif.

3.1 Sumber Data

Jenis data yang digunakan merupakan data sekunder yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik dan Badan Nasional Penanggulangan Bencana. Data yang digunakan dalam tugas akhir ini adalah data frekuensi kejadian banjir dan faktor-faktor yang diduga berpengaruh terhadap terjadinya banjir di 34 provinsi se-Indonesia selama tahun 2015 sebanyak 10 variabel.

3.2 Variabel Penelitian

Variabel terikat dan variabel-variabel bebas yang digunakan dalam tugas akhir ini berdasarkan pada penelitian yang dilakukan Cupal, Deev dan Linnertova (2015) dan faktor-faktor yang diduga berpengaruh terhadap terjadinya banjir. Variabel penelitian yang digunakan adalah sebagai berikut:

1. y : Frekuensi terjadinya banjir pada tahun 2015 di Indonesia sebagai variabel respon (variabel terikat).
2. x_1 : Jumlah curah hujan yang terjadi di Indonesia selama tahun 2015 sebagai variabel prediktor (variabel bebas)
3. x_2 : Kecepatan angin yang terjadi selama tahun 2015 di Indonesia sebagai variabel prediktor (variabel bebas)
4. x_3 : Kelembaban udara di daerah-daerah di Indonedia sebagai variabel prediktor (variabel bebas)
5. x_4 : Tekananan udara di Indonesia selama tahun 2015 sebagai variabel prediktor (variabel bebas)
6. x_5 : Suhu rata-rata di Indonesia selama tahun 2015 sebagai variabel prediktor (variabel bebas)
7. x_6 : Jumlah terjadinya kekeringan selama tahun 2015 sebagai variabel prediktor (variabel bebas)

8. x_7 : Jumlah terjadinya angin puting beliung di Indonesia selama tahun 2015 sebagai variabel prediktor (variabel bebas)
9. x_8 : Jumlah hari hujan yang terjadi di Indonesia selama tahun 2015 sebagai variabel prediktor (variabel bebas)
10. x_9 : Jumlah kejadian gelombang pasang yang terjadi di Indonesia selama tahun 2015 sebagai variabel prediktor (variabel bebas)
11. x_{10} : Penyinaran matahari yang terjadi di Indonesia selama tahun 2015 sebagai variabel prediktor (variabel bebas)

3.3 Metode Penelitian

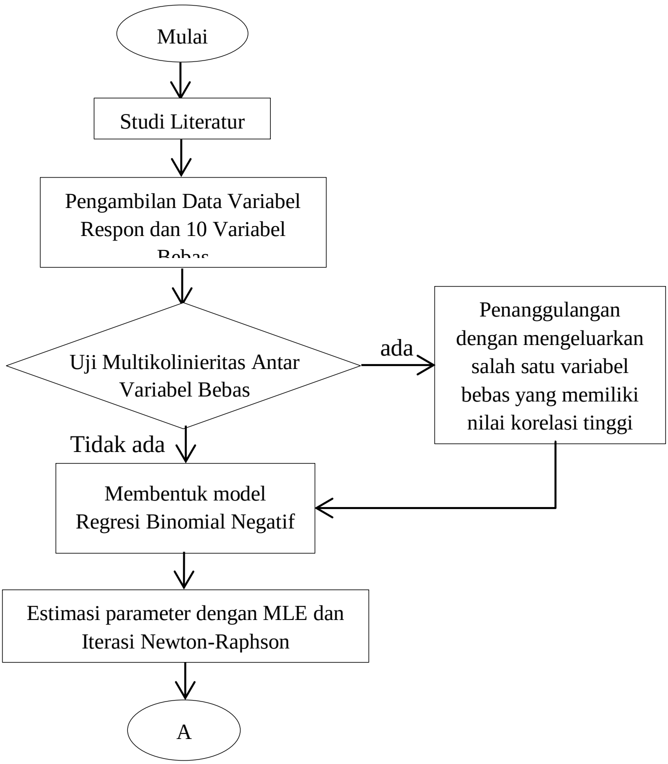
Terdapat beberapa tahapan dalam melakukan analisis diantaranya sebagai berikut:

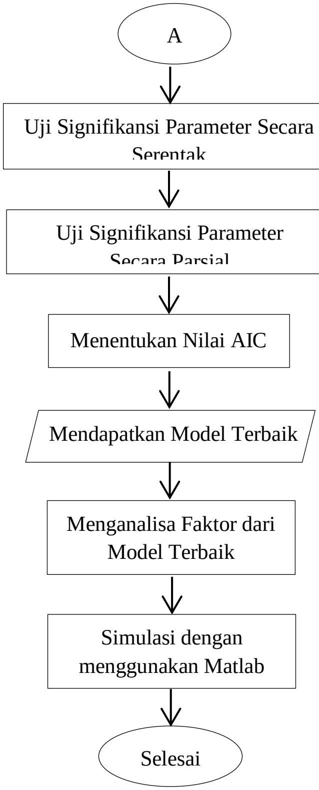
1. Pada tahap persiapan, melakukan identifikasi permasalahan
2. Mengumpulkan data-data yang diperlukan dalam penelitian, seperti data dari variabel respon dan data variabel prediktor
3. Menganalisis data-data yang ada dengan menggunakan analisis regresi Binomial Negatif
4. Pengujian multikolinieritas antar variabel dengan berdasarkan nilai *Variance Inflation Factor* (VIF) seperti pada persamaan (2.2)
5. Mengestimasi parameter model regresi Binomial Negatif dengan menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE)
6. Jika terjadi kasus multikolinieritas, maka solusinya dengan mengeluarkan salah satu variabel bebas yang memiliki korelasi tinggi dan identifikasi variabel lainnya untuk membantu prediksi.
7. Jika tidak terjadi kasus multikolinieritas, maka dilanjutkan dengan menguji signifikansi parameter. Terdapat dua uji signifikansi parameter yaitu uji signifikansi parameter secara serentak dan parsial.
8. Jika telah memenuhi kriteria dari kedua pengujian tersebut, selanjutnya dari masing-masing model yang diperoleh dicari

nilai *Akaike Information Criteria* (AIC) seperti pada persamaan (2.23)

9. Model terbaik diperoleh dari nilai AIC yang terkecil
10. Setelah model terbaik diperoleh, selanjutnya menganalisa faktor-faktor yang terdapat dalam model
11. Akan didapatkan model terbaik dari regresi Binomial Negatif dan faktor yang paling memberikan pengaruh terhadap terjadinya banjir di Indonesia tahun 2015
12. Selanjutnya dilakukan simulasi dengan menggunakan *software* Matlab dari model regresi yang diperoleh untuk mengetahui apakah model tersebut sesuai dengan kasus kejadian banjir di Indonesia

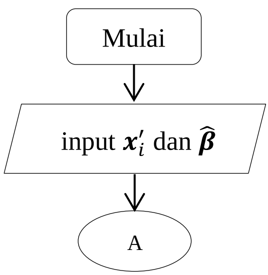
Di bawah ini merupakan diagram alir pemodelan regresi Binomial Negatif dari langkah-langkah penelitian diatas.

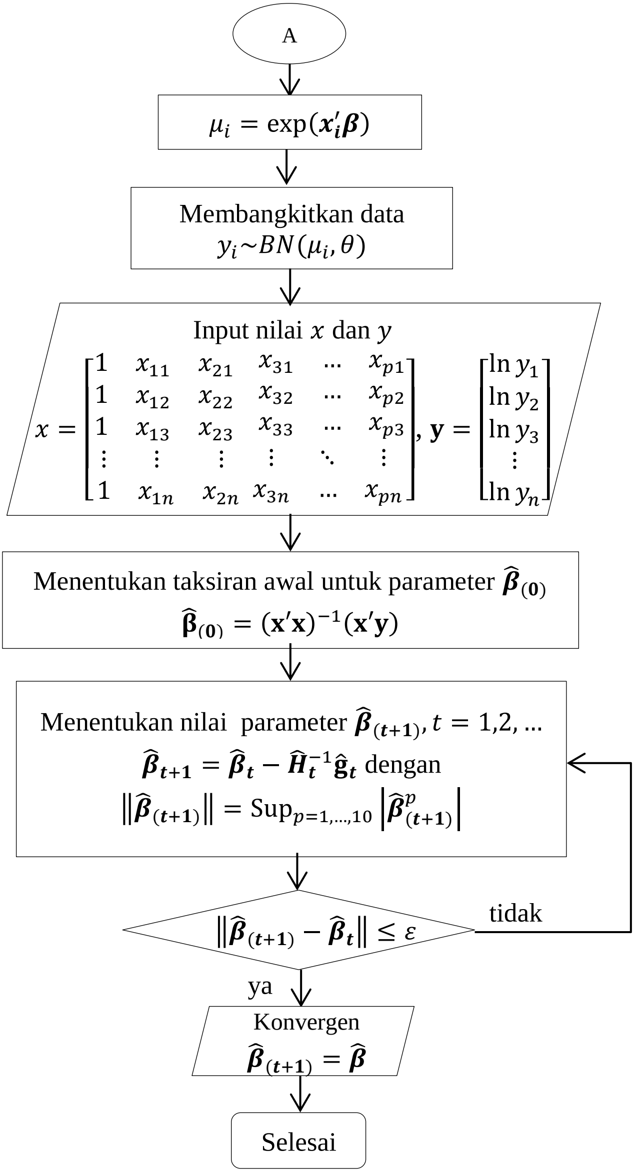




Gambar 3.1 Diagram Alir Pemodelan Regresi Binomial Negatif

Tahapan-tahapan simulasi dari Model Regresi Binomial Negatif dengan menggunakan *softtware* Matlab adalah sebagai berikut:





Gambar 3.2 Diagram Alir Simulasi Model Regresi Binomial Negatif

BAB IV
ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini akan disajikan pembahasan tentang bagaimana membangun model regresi Binomial Negatif untuk menjawab permasalahan dan mencapai tujuan dalam tugas akhir ini. Model yang dibangun akan diimplementasikan pada data kejadian banjir dan faktor-faktor penyebab banjir yang terjadi di Indonesia tahun 2015.

4.1 Membangun Model Regresi Binomial Negatif

Jika diketahui Y variabel terikat dan merupakan *count data* dengan $\left(y_i \,\middle|\, X_{1i} = x_{1i}, X_{2i} = x_{2i}, \dots, X_{pi} = x_{pi}\right) \sim BN(\mu_i, \theta)$ dan $X_1 = x_1, X_2 = x_2, \dots, X_p = x_p$ adalah variabel bebas, maka ingin diketahui model hubungan antara suatu variabel terikat Y dengan variabel bebas $X_1, X_2, X_3, \dots, X_p$. Regresi Binomial Negatif digunakan untuk menganalisis suatu *count data* dan termasuk dalam *Generalized Linear Model* (GLM) karena y_i berdistribusi Binomial Negatif sehingga digunakan fungsi penghubung atau *link function* yaitu:

$$g(\mu_i) = \ln[E(y_i)] = \ln \mu_i = \boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta} \text{ untuk } i = 1,2,\dots,n \tag{4.1}$$

Model regresi Binomial Negatif secara umum adalah sebagai berikut:

$$\ln \mu_i = \boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta} \text{ atau } \mu_i = \exp \boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta} \tag{4.2}$$

jika persamaan (4.2) dijabarkan dalam bentuk matriks, maka bentuk umumnya menjadi

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{1(1)} & x_{2(1)} & x_{3(1)} & \cdots & x_{p(1)} \\ 1 & x_{1(2)} & x_{2(2)} & x_{3(2)} & \cdots & x_{p(2)} \\ 1 & x_{1(3)} & x_{2(3)} & x_{3(3)} & \cdots & x_{p(3)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{1(n)} & x_{2(n)} & x_{3(n)} & \cdots & x_{p(n)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_p \end{bmatrix}$$

dengan dimisalkan $v_i = \ln\, \mu_i$ merupakan vektor dengan ukuran $n \times 1$, $\mathbf{x}_i'$ merupakan matriks dari variabel bebas dengan ukuran $n \times (p+1)$, dan $\boldsymbol{\beta}$ merupakan vektor dari koefisien regresi dengan ukuran $(p+1) \times 1$.

4.2 Estimasi Parameter Regresi Binomial Negatif

Estimasi parameter untuk regresi Binomial Negatif menggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE). Parameter-parameter dalam model regresi Binomial Negatif yang tidak diketahui nilainya perlu di estimasi dengan menggunakan MLE. Digunakan metode iterasi Newton-Raphson untuk memaksimumkan fungsi *likelihood*. Langkah-langkah untuk melakukan estimasi parameter dengan metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) adalah sebagai berikut:

1. Ambil sampel random $y_1, y_2, \dots, y_n$ dengan $y_i \sim BN(\mu_i\ , \theta)$

$$f(y_i; \mu_i, \theta) = \frac{\Gamma\left(y_i + \frac{1}{\theta}\right)}{y_i!\, \Gamma\left(\frac{1}{\theta}\right)} \left(\frac{\theta \mu_i}{\theta \mu_i + 1}\right)^{y_i} \left(\frac{1}{\theta \mu_i + 1}\right)^{\frac{1}{\theta}} \quad ; i = 1,2, \dots, n \tag{4.3}$$

2. Bentuk fungsi *Likelihood*

$$L(\mu_i, \theta) = \prod_{i=1}^{n} f(y_i; \mu_i, \theta)$$

$$= \prod_{i=1}^{n} \frac{\Gamma(y_i + \frac{1}{\theta})}{\Gamma\left(\frac{1}{\theta}\right) y_i!} \left(\frac{1}{1 + \theta \mu_i}\right)^{1/\theta} \left(\frac{\theta \mu_i}{1 + \theta \mu_i}\right)^{y_i} \tag{4.4}$$

karena diketahui nilai dari $\frac{\Gamma(y_i + \frac{1}{\theta})}{\Gamma\left(\frac{1}{\theta}\right)}$ adalah sebagai berikut:

$$\frac{\Gamma(y_i + \frac{1}{\theta})}{\Gamma\left(\frac{1}{\theta}\right)} = \frac{1}{\theta}\left(\frac{1 + \theta}{\theta}\right) \dots \left(\frac{1 + \theta y_i - \theta}{\theta}\right)$$

$$= \frac{1}{\theta^{y_i}} (1 + \theta) \dots (1 + \theta y_i - \theta)$$

$$= \frac{1}{\theta^{y_i}} \sum_{r=0}^{y_i-1} (1+\theta r) \tag{4.5}$$

Jadi, dengan substitusi persamaa (4.5) ke persamaan (4.4), maka menjadi

$$L(\mu_i, \theta) = \prod_{i=1}^{n} \left\{ \prod_{r=0}^{y_i-1} (1+\theta r) \left(\frac{1}{\theta}\right)^{y_i} \frac{1}{y_i!} \left(\frac{1}{1+\theta\mu_i}\right)^{1/\theta} \left(\frac{\theta\mu_i}{1+\theta\mu_i}\right)^{y_i} \right\} \tag{4.6}$$

3. Fungsi likelihood dari regresi Binomial Negatif disederhanakan dengan mancari fungsi log *likelihood*

$$\ell(y_i; \mu_i, \theta) = \ln\left(\prod_{i=1}^{n} \left\{ \prod_{r=0}^{y_i-1} (1 + \theta r) \left(\frac{1}{\theta}\right)^{y_i} \frac{1}{y_i!} \left(\frac{1}{1+\theta\mu_i}\right)^{1/\theta} \left(\frac{\theta\mu_i}{1+\theta\mu_i}\right)^{y_i} \right\} \right)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \left(\left(\sum_{r=0}^{y_i-1} \ln(1+\theta r) \right) - y_i \ln\theta - \ln y_i! - \frac{1}{\theta}\ln(1+\theta\mu_i) + y_i \ln\left(\frac{\theta\mu_i}{1+\theta\mu_i}\right) \right)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \left(\sum_{r=0}^{y_i-1} \ln(1+\theta r) \right) - \sum_{i=1}^{n} y_i \ln\theta - \sum_{i=1}^{n} \ln y_i! - \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{\theta}\ln(1+\theta\mu_i) + \sum_{i=1}^{n} y_i \ln\left(\frac{\theta\mu_i}{1+\theta\mu_i}\right) \tag{4.7}$$

karena $\mu_i = \exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})$, sehingga persamaan (4.7) menjadi

$$\ell(y_i; \boldsymbol{\beta}, \theta) = \sum_{i=1}^{n} \left(\sum_{r=0}^{y_i-1} \ln(1+\theta r) \right) - \sum_{i=1}^{n} y_i \ln\theta - \sum_{i=1}^{n} \ln y_i! -$$

$$\ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta) = \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\theta}\ln(1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})) + \sum_{i=1}^{n} y_i \ln\left(\frac{\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})}{1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})}\right)$$

$$\ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta) = \sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{r=0}^{y_i-1}\ln(1+\theta r)\right) - \sum_{i=1}^{n} y_i \ln\theta - \sum_{i=1}^{n}\ln y_i! - \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\theta}\ln(1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})) + \sum_{i=1}^{n} y_i \ln\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}) - \sum_{i=1}^{n} y_i \ln(1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}) \tag{4.8}$$

Untuk mencari taksiran dari parameter-parameter, yaitu $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{10}$, dan θ pada persamaan (4.8) diturunkan secara parsial terhadap masing-masing parameter yang bersesuaian kemudian disamadengankan nol. Turunan parsial pertama dari fungsi log-*likelihood* terhadap parameter β adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial\ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial\beta_0} = \sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{-\left(\frac{1}{\theta}+y_i\right)\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})x_{0i}}{1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})} + \frac{y_i\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})x_{0i}}{\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})}\right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{-(x_{0i}\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}) + y_i\theta x_{0i}\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}))}{1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})} + \frac{y_i x_{0i} + y_i\theta x_{0i}\exp\left(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}\right)}{1+\theta\exp\left(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}\right)}\right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\left\{\left(\frac{y_i - \exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})}{1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})}\right)x_{0i}\right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\left\{\left(\frac{y_i - \exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})}{1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})}\right)\right\}$$

$$\frac{\partial \ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial \beta_1}=\sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{-\left(\frac{1}{\theta}+y_i\right)\theta\exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})x_{1i}}{1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})}+\frac{y_i\theta\exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})x_{1i}}{\theta\exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})}\right\}$$

$$=\sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{-(\exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})x_{1i}+y_i\theta\exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})x_{1i})}{1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})}+\right.$$

$$\left.\frac{y_ix_{1i}+y_i\theta x_{1i}\exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})}{1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})}\right\}$$

$$=\sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{y_i-\exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})}{1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})}\right\}x_{1i}$$

$$\frac{\partial \ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial \beta_2}=\sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{-\left(\frac{1}{\theta}+y_i\right)\theta\exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})x_{2i}}{1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})}+\frac{y_i\theta\exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})x_{2i}}{\theta\exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})}\right\}$$

$$=\sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{-(\exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})x_{2i}+y_i\theta\exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})x_{2i})}{1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})}+\right.$$

$$\left.\frac{y_ix_{2i}+y_i\theta x_{2i}\exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})}{1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})}\right\}$$

$$=\sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{y_i-\exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})}{1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})}\right\}x_{2i}$$

$\vdots$

demikian seterusnya.

Melalui langkah-langkah yang sama, sehingga diperoleh hasil turunan pertama dari fungsi log-*likelihood* pada persamaan (4.8) terhadap parameter β yaitu:

$$\frac{\partial \ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial \beta_j}=\sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{y_i-\exp\left(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta}\right)}{1+\theta\exp\left(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta}\right)}\right\}x_{ji}\qquad ;j=0,1,2,\dots,p \tag{4.9}$$

Turunan parsial pertama dari fungsi log-*likelihood* pada persamaan (4.8) terhadap parameter θ adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial \ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial \theta} = \sum_{i=1}^{n}\left\{\left(\sum_{r=1}^{y_i-1}\frac{r}{(1+\theta r)}\right) - \frac{y_i}{\theta} + \frac{y_i\mu_i}{\theta\mu_i} - \left(-\frac{1}{\theta^2}\ln\left(1+\theta\exp\left(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta}\right)\right) + \frac{\left(\frac{1}{\theta}+y_i\right)\exp\left(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta}\right)}{1+\theta\exp\left(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta}\right)}\right)\right\}$$

$$= \sum_{i=1}^{n}\left\{\left(\sum_{r=1}^{y_i-1}\frac{r}{(1+\theta r)}\right) + \frac{1}{\theta^2}\ln(1+\theta\exp(\mathbf{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})) - \frac{\left(\frac{1}{\theta}+y_i\right)\exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})}{1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})}\right\} \quad (4.10)$$

Setelah mendapatkan turunan pertama dari parameter β dan θ, selanjutnya untuk mendapatkan nilai estimasi dari parameter β dan θ, persamaan (4.9) dan (4.10) disamadengankan nol menjadi

$$\frac{\partial \ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial \beta_j} = \sum_{i=1}^{n}\left\{\frac{y_i - \exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})}{1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})}\right\}x_{ji} = 0 \quad (4.11)$$

$$\frac{\partial \ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial \theta} = \sum_{i=1}^{n}\left\{\left(\sum_{r=1}^{y_i-1}\frac{r}{(1+\theta r)}\right) + \frac{1}{\theta^2}\ln(1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})) - \frac{\left(\frac{1}{\theta}+y_i\right)\exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})}{1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'\boldsymbol{\beta})}\right\} = 0 \quad (4.12)$$

diperoleh persamaan (4.11) dan (4.12) yang tidak *closed form* atau tidak dapat di analisis secara analitik. Karena metode MLE belum tentu dapat menyelesaikan persamaan-persamaan tersebut dan mendapatkan nilai estimasi dari masing-masing parameter, sehingga digunakan metode iterasi Newton-Raphson untuk mendapatkan hasil estimasi parameter tersebut.

4. Metode Iterasi Newton-Raphson

Metode iterasi Newton-Raphson merupakan metode pendekatan untuk menyelesaikan persamaan nonlinier atau digunakan untuk menentukan titik saat fungsi maksimum. Titik pendekatan ke $t+1$ dituliskan sebagai berikut:

$$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{t+1}} = \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{t}} - \widehat{\boldsymbol{H}}_t^{-1}\hat{\mathbf{g}}_{\boldsymbol{t}} \tag{4.13}$$

dengan

$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{t+1}}$: vektor estimasi parameter pada iterasi ke $t+1$

$\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{t}}$: vektor estimasi parameter pada iterasi ke t

$\widehat{\boldsymbol{H}}_{\boldsymbol{t}}^{-1}$: invers dari matriks Hessian yang merupakan matriks dengan elemen-elemennya yaitu turunan kedua dari $\ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)$

$\hat{\mathbf{g}}_{\boldsymbol{t}}$: vektor dengan elemen-elemennya merupakan turunan pertama dari $\ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)$

Matriks Hessian untuk model regresi Binomial Negatif adalah sebagai berikut:

$$\widehat{\boldsymbol{H}}_{\boldsymbol{t}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2\ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial{\beta_0}^2} & \frac{\partial^2\ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial\beta_0\partial\beta_1} & \cdots & \frac{\partial^2\ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial\beta_0\partial\beta_{10}} & \frac{\partial^2\ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial\beta_0\partial\theta} \\ \frac{\partial^2\ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial\beta_0\partial\beta_1} & \frac{\partial^2\ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial{\beta_1}^2} & \cdots & \frac{\partial^2\ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial\beta_1\partial\beta_{10}} & \frac{\partial^2\ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial\beta_1\partial\theta} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial^2\ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial\beta_0\partial\beta_{10}} & \frac{\partial^2\ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial\beta_1\partial\beta_{10}} & \cdots & \frac{\partial^2\ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial{\beta_{10}}^2} & \frac{\partial^2\ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial\beta_{10}\partial\theta} \\ \frac{\partial^2\ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial\beta_0\partial\theta} & \frac{\partial^2\ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial\beta_1\partial\theta} & \cdots & \frac{\partial^2\ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial\beta_k\partial\theta} & \frac{\partial^2\ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial\theta^2} \end{bmatrix}$$

sedangkan untuk vektor $\hat{\mathbf{g}}_{\boldsymbol{t}}$ yang berisi turunan pertama dari $\ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)$ adalah sebagai berikut:

$$\hat{\mathbf{g}}_t = \begin{bmatrix} \frac{\partial \ell(y_i; \boldsymbol{\beta}, \theta)}{\partial \beta_0} \\ \frac{\partial \ell(y_i; \boldsymbol{\beta}, \theta)}{\partial \beta_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial \ell(y_i; \boldsymbol{\beta}, \theta)}{\partial \beta_{10}} \\ \frac{\partial \ell(y_i; \boldsymbol{\beta}, \theta)}{\partial \beta_\theta} \end{bmatrix}$$

Turunan parsial kedua dari fungsi log-*likelihood* pada persamaan (4.8) terhadap parameter β adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial^2 \ell(y_i; \boldsymbol{\beta}, \theta)}{\partial {\beta_0}^2} = \sum_{i=1}^{n} \frac{(-x_{0i} \exp(\boldsymbol{x}_i' \boldsymbol{\beta}) x_{0i})(1 + \theta \exp(\boldsymbol{x}_i' \boldsymbol{\beta}))}{(1 + \theta \exp(\boldsymbol{x}_i' \boldsymbol{\beta}))^2} - \frac{(x_{0i} \theta \exp(\boldsymbol{x}_i' \boldsymbol{\beta}))(y_i x_{0i} - x_{0i} \exp(\boldsymbol{x}_i' \boldsymbol{\beta}))}{(1 + \theta \exp(\boldsymbol{x}_i' \boldsymbol{\beta}))^2}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \frac{-{x_{0i}}^2 \exp(\boldsymbol{x}_i' \boldsymbol{\beta}) - {x_{0i}}^2 \theta (\exp(\boldsymbol{x}_i' \boldsymbol{\beta}))^2}{(1 + \theta \exp(\boldsymbol{x}_i' \boldsymbol{\beta}))^2} - \frac{y_i {x_{0i}}^2 \theta \exp(\boldsymbol{x}_i' \boldsymbol{\beta}) + {x_{0i}}^2 \theta (\exp(\boldsymbol{x}_i' \boldsymbol{\beta}))^2}{(1 + \theta \exp(\boldsymbol{x}_i' \boldsymbol{\beta}))^2}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \frac{-{x_{0i}}^2 \exp(\boldsymbol{x}_i' \boldsymbol{\beta}) - y_i {x_{0i}}^2 \theta \exp(\boldsymbol{x}_i' \boldsymbol{\beta})}{(1 + \theta \exp(\boldsymbol{x}_i' \boldsymbol{\beta}))^2}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \frac{-{x_{0i}}^2 \exp(\boldsymbol{x}_i' \boldsymbol{\beta})\,(1 + y_i \theta)}{(1 + \theta \exp(\boldsymbol{x}_i' \boldsymbol{\beta}))^2}$$

$$\frac{\partial^2 \ell(y_i; \boldsymbol{\beta}, \theta)}{\partial {\beta_1}^2} = \sum_{i=1}^{n} \frac{(-x_{1i} \exp(\boldsymbol{x}_i' \boldsymbol{\beta}) x_{1i})(1 + \theta \exp(\boldsymbol{x}_i' \boldsymbol{\beta}))}{(1 + \theta \exp(\boldsymbol{x}_i' \boldsymbol{\beta}))^2} - \frac{(x_{1i} \theta \exp(\boldsymbol{x}_i' \boldsymbol{\beta}))(y_i x_{1i} - x_{1i} \exp(\boldsymbol{x}_i' \boldsymbol{\beta}))}{(1 + \theta \exp(\boldsymbol{x}_i' \boldsymbol{\beta}))^2}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \frac{-x_{1i}{}^2 \exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}) - x_{1i}{}^2\theta(\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}))^2}{(1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}))^2} - \frac{y_i x_{1i}{}^2\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}) + x_{1i}{}^2\theta(\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}))^2}{(1+\theta\exp(\mathbf{x}_i'\boldsymbol{\beta}))^2}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \frac{-x_{1i}{}^2 \exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}) - y_i x_{1i}{}^2\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})}{(1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}))^2}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \frac{-x_{1i}{}^2 \exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\,(1+y_i\theta)}{(1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}))^2}$$

$\vdots$

demikian seterusnya.

Melalui langkah-langkah yang sama, sehingga diperoleh hasil turunan kedua dari fungsi log-*likelihood* pada persamaan (4.8) terhadap parameter β yaitu:

$$\frac{\partial^2 \ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial\beta_j{}^2} = \sum_{i=1}^{n} \frac{-x_{ji}{}^2 \exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\,(1+y_i\theta)}{(1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}))^2} \qquad ; j = 0,1,2,\ldots,p$$

Misalkan jika $j \leq t$, maka turunan parsial kedua dari fungsi log-*likelihood* pada persamaan (4.8) terhadap parameter β adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial^2 \ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial\beta_j\partial\beta_t} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\left(-x_{ji}\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})x_{ti}\right)(1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}))}{(1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}))^2} - \frac{(x_{ti}\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}))\left(y_i x_{ji} - x_{ji}\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\right)}{(1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}))^2}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \frac{-x_{ji}x_{ti}\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}) - x_{ji}x_{ti}\theta(\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}))^2 -}{(1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}))^2} \frac{y_i x_{ji}x_{ti}\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}) + x_{ji}x_{ti}\theta(\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}))^2}{(1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}))^2}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \frac{-x_{ji}x_{ti}\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}) - y_i x_{ji}x_{ti}\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})}{(1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}))^2}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} \frac{-x_{ji}x_{ti}\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\,(1+y_i\theta)}{(1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}))^2} \quad ; j,t = 0,1,2,\dots,p$$

Sedangkan turunan parsial kedua dari fungsi log-*likelihood* pada persamaan (4.8) terhadap parameter θ adalah sebagai berikut:

$$\frac{\partial^2 \ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial\beta_j\partial\theta} = \sum_{i=1}^{n} \frac{-x_{ji}\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})\,(y_i - \exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}))}{(1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}))^2} \quad ; j = 0,1,\dots,p$$

dan

$$\frac{\partial^2 \ell(y_i;\boldsymbol{\beta},\theta)}{\partial\theta^2} = \sum_{i=1}^{n} \left\{ \sum_{r=0}^{y_i-1} \left(\frac{r}{1+\theta r}\right)^2 - \frac{2}{\theta^3}\ln(1+\theta\exp(\mathbf{x}_i'\boldsymbol{\beta})) + \frac{2\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta})}{\theta^2(1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}))} + \left(\frac{\left(\frac{1}{\theta}+y_i\right)(\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}))^2}{(1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}))^2}\right) \right\}$$

Model regresi Binomial negatif merupakan salah satu model regresi yang biasa digunakan karena tidak mengharuskan dalam keadaan *equidispersion* atau *overdispersion.* Model regresi Binomial Negatif juga bisa digunakan untuk data jumlahan (*count data*) seperti data pada tugas akhir ini yaitu, data jumlahan kejadian banjir di Indonesia tahun 2015. Nilai dari taksiran parameter dapat diketahui dari analisis mengenai model regresi Binomial Negatif menggunakan metode MLE dan iterasi Newton-Raphson. Selanjutnya dapat dilakukan analisis untuk mengetahui faktor-faktor yang memberikan pengaruh signifikan terhadap terjadinya banjir dengan mendapatkan nilai taksiran parameter dari model regresi.

4.3 Analisis Faktor yang Diduga Berpengaruh Terhadap Jumlah Kejadian Banjir di Indonesia Tahun 2015

Untuk mengetahui faktor yang memberikan pengaruh terhadap jumlah kejadian banjir di Indonesia tahun 2015 dilakukan analisis regresi Binomial Negatif. Beberapa tahapan dalam analisis regresi Binomial Negatif yaitu mengestimasi parameter model dengan meggunakan metode *Maximum Likelihood Estimation*, uji multikolinieritas antar variabel bebas, dan uji signifikansi parameter.

4.3.1 Uji Multikolinieritas

Uji multikolinieritas dilakukan untuk mengetahui apakah terdapat hubungan linier atau korelasi yang tinggi antara masing-masing variabel bebas dalam model. Metode yang digunakan untuk mengetahui nilai multikolinieritas antar variabel bebas yaitu dengan melihat nilai VIF (*Variance Inflation Factor*). Pada Tabel 4.1 ditunjukkan nilai VIF dari masing-masing variabel bebas dengan menggunakan *software* R.

Tabel 4.1 Nilai VIF Variabel Bebas

Variabel	**VIF**
X_1	2,8869
X_2	1,1950
X_3	3,3625
X_4	6,0386
X_5	5,4083
X_6	5,0659
X_7	5,0684
X_8	3,2299
X_9	1,2246
X_{10}	2,3946

Pada Tabel 4.1 ditunjukkan nilai VIF masing-masing variabel kurang dari 10, sehingga dapat dikatakan bahwa tidak terjadi multikolinieritas antara 10 variabel bebas yang terdapat dalam model regresi. Oleh karena itu, variabel yang digunakan pada model regresi Binomial Negatif yaitu $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9$, dan X_{10}.

4.3.2 Analisis Regresi Binomial Negatif

Untuk mendapatkan model, langkah pertama yang dilakukan yaitu dengan mendapatkan nilai taksiran parameter dari model regresi Binomial Negatif. Berikut ini hasil perhitungan dengan menggunakan *software* R yang ditunjukkan pada Tabel 4.2.

Dari Tabel 4.2 diperoleh model regresi Binomial Negatif yaitu:

$$\hat{\mu} = \exp(-2{,}6302 - 0{,}0001\,X_1 - 0{,}0961\,X_2 - 0{,}0399\,X_3 + 0{,}0222\,X_4 - 0{,}3333\,X_5 - 0{,}6642\,X_6 + 0{,}0340\,X_7 - 0{,}0078\,X_8 + 0{,}0355\,X_9 - 0{,}0598\,X_{10} \tag{4.14}$$

Tabel 4.2 Uji Parameter Model Regresi Binomial Negatif dengan *Software* R

Variabel	Koefisien	*Standard Error*
Intersep	-2,6302	13,6934
X_1	-0,0001	0,0003
X_2	-0,0961	0,1875
X_3	-0,0399	0,0667
X_4	0,0222	0,0238
X_5	-0,3333	0,3971
X_6	-0,6642	0,6682
X_7	0,0340	0,0102
X_8	-0,0078	0,0071
X_9	0,0355	0,3915
X_{10}	-0,0598	0,0207

4.4 Uji Hipotesa

Pengujian Hipotesa untuk mengetahui pengaruh signifikansi parameter pada model dilakukan secara serentak dan parsial. Uji serentak dilakukan untuk mengetahui pengaruh semua variabel bebas secara bersama-sama terhadap variabel terikat. Sedangkan uji parsial dilakukan untuk menegetahui pengaruh dari masing-masing variabel bebas terhadap variabel terikat.

4.4.1 Uji Signifikansi Parameter Secara Serentak dan Parsial dengan Semua Variabel

Untuk mengetahui apakah terdapat pengaruh dari variabel terikat yang disertakan dalam model dilakukan uji signifikansi parameter. Pertama, dilakukan uji signifikansi secara serentak untuk mengetahui pengaruh variabel bebas terhadap variabel terikat secara serentak dengan menggunakan uji devians.

Hipotesis uji :

H_0: $\beta_1 = \cdots = \beta_{10} = 0$ (semua faktor tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya banjir di Indonesia)

H_1: terdapat $\beta_j \neq 0$; $j = 1,2, \dots ,10$ (minimal ada satu faktor yang memberikan pengaruh terhadap terjadinya banjr di Indonesia)

Statistik Uji :

$$D(\hat{\beta}) = -2\Bigg[-\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\theta}\ln\big(1+\theta\exp(\hat{\beta}_0)\big) + \sum_{i=1}^{n} y_i \ln\theta\exp(\hat{\beta}_0) - \sum_{i=1}^{n} y_i \ln\big(1+\theta\exp(\hat{\beta}_0\big) + \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\theta}\ln\big(1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\hat{\boldsymbol{\beta}})\big) - \sum_{i=1}^{n} y_i \ln\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\hat{\boldsymbol{\beta}}) + \sum_{i=1}^{n} y_i \ln\big(1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\hat{\boldsymbol{\beta}}\big)\Bigg]$$

$$= -2(-2{,}3127 + 18{,}7473 - 57{,}2393 + 60{,}2393 - 9.724{,}5 + 1.866{,}1)$$

$$= 15.677{,}93$$

Berdasarkan kriteria pengujian devians dengan taraf signifikansi 5% yaitu jika $D(\hat{\boldsymbol{\beta}}) > \chi^2_{(0,05;10)}$ maka tolak H_0. Karena nilai $D(\widehat{\boldsymbol{\beta}}) > \chi^2_{(0{,}05;10)} = 18{,}307$ sehingga H_0 ditolak. Hal ini menunjukkan bahwa minimal ada satu faktor yang memberikan pengaruh terhadap terjadinya banjir di Indonesia tahun 2015.

Pengujian yang kedua yaitu uji signifikansi secara parsial untuk mengetahui pengaruh masing-masing parameter terhadap model dengan menggunakan uji Wald.

Hipotesis Uji :

H_0: $\beta_j = 0$; $j = 1,2,\ldots,10$ (faktor j tidak memberikan pengaruh secara signifikan terhadap terjadinya banjir di Indonesia)

H_1: $\beta_j \neq 0$; $j = 1,2,\ldots,10$ (faktor j memberikan pengaruh secara signifikan terhadap terjadinya banjir di Indonesia)

Statistik Uji :

$$W_j = \frac{\widehat{\beta_j}}{se(\widehat{\beta_j})}\ , j = 1,2,\ldots,10$$

Berdasarkan pada Lampiran 2 diperoleh nilai taksiran parameter β_j dan nilai standar *error* dari masing-masing parameter, dengan taraf signifikansi 5% diperoleh nilai W_j dari semua parameter variabel bebas seperti yang ditunjukkan pada tabel berikut.

Tabel 4.3 Nilai Uji Wald Model Regresi Binomial Negatif dengan Semua Variabel

parameter	$\lvert W_j \rvert = \left\lvert \frac{\widehat{\beta_j}}{se(\widehat{\beta_j})} \right\rvert$	$t_{(0{,}025;33)}$	Keputusan
β_1	0,393	2,035	Terima H_0
β_2	0,512	2,035	Terima H_0
β_3	0,599	2,035	Terima H_0
β_4	0,932	2,035	Terima H_0
β_5	0,839	2,035	Terima H_0
β_6	0,994	2,035	Terima H_0
β_7	3,340	2,035	Tolak H_0
β_8	1,094	2,035	Terima H_0
β_9	0,091	2,035	Terima H_0
β_{10}	2,898	2,035	Tolak H_0

Berdasarkan kriteria pengujian Wald dengan taraf signifikansi 5% yaitu jika $|W_j| > t_{(0,025;33)}$ maka tolak H_0. Jadi, beberapa parameter variabel bebas diantaranya yaitu x_7 (angin puting beliung) dan x_{10} (lama penyinaran matahari) memiliki nilai $|W_j|$ yang lebih besar dari $t_{(0,025;33)}$ yang menunjukkan bahwa H_0 ditolak. Faktor-faktor tersebut memberikan pengaruh secara signifikan terhadap terjadinya banjir sedangkan untuk parameter variabel x_1 (curah hujan), x_2 (kecepatan angin), x_3 (kelembaban udara), x_4 (tekanan udara), x_5 (suhu rata-rata), x_6 (kekeringan), x_8 (jumlah hari hujan), dan x_9 (gelombang pasang) memiliki nilai $|W_j|$ yang lebih kecil dari $t_{(0,025;33)}$ menunjukkan bahwa H_0 diterima. Artinya, faktor-faktor tersebut tidak memberikan pengaruh secara signifikan terhadap terjadinya banjir di Indonesia.

4.4.2 Uji Signifikansi Parameter Secara Serentak dan Parsial dengan Variabel Signifikan x_7 dan x_{10}

Jika dilakukan perhitungan untuk mendapatkan model dari jumlah kejadian banjir di Indonesia dengan menggunakan variabel-variabel yang signifikan yaitu x_7 (angin puting beliung) dan x_{10} (lama penyinaran matahari) pada *software* R, maka diperoleh hasil sebagai berikut:

Tabel 4.4 Uji Parameter Model Regresi Binomial Negatif dengan Variabel Signifikan

Variabel	**Koefisien**	***Standard Error***
Intersep	4,3571	0,9728
X_7	0,0208	0,0046
X_{10}	-0,0344	0,0148

Diperoleh model regresi Binomial Negatif dengan variabel-variabel yang signifikan dari tabel 4.4 yaitu:

$$\hat{\mu} = \exp(4,3571 + 0,0208X_7 - 0,0344X_{10}) \tag{4.15}$$

Untuk mengetahui apakah terdapat pengaruh yang signifikan dari variabel terikat dalam model akan dilakukan uji signifikansi parameter. Pertama, akan dilakukan uji signifikansi secara serentak untuk mengetahui pengaruh variabel bebas terhadap variabel terikat secara serentak dengan menggunakan uji devians.

Hipotesis uji :

H_0: $\beta_7 = \beta_{10} = 0$ (semua faktor tidak memberikan pengaruh terhadap terjadinya banjir di Indonesia)

H_1: terdapat $\beta_j \neq 0$; $j = 7$ dan 10 (minimal ada satu faktor yang memberikan pengaruh terhadap terjadinya banjr di Indonesia)

Statistik Uji :

$$D(\hat{\beta}) = -2\left[-\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\theta}\ln\left(1+\theta\exp(\hat{\beta}_0)\right) + \sum_{i=1}^{n} y_i \ln\theta\exp(\hat{\beta}_0) - \sum_{i=1}^{n} y_i \ln\left(1+\theta\exp(\hat{\beta}_0)\right) + \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\theta}\ln\left(1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\hat{\boldsymbol{\beta}})\right) - \sum_{i=1}^{n} y_i \ln\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\hat{\boldsymbol{\beta}}) + \sum_{i=1}^{n} y_i \ln\left(1+\theta\exp(\boldsymbol{x}_i'\hat{\boldsymbol{\beta}})\right)\right]$$

$$= -2(-2{,}331 + 13{,}2018 - 49{,}4683 + 0{,}2094 - 3{,}671 + 13{,}9098)$$

$$= 56{,}2986$$

Berdasarkan kriteria pengujian devians dengan taraf signifikansi 5% yaitu jika $D(\hat{\boldsymbol{\beta}}) > \chi^2_{(0,05;2)}$ maka tolak H_0. Karena nilai $D(\hat{\boldsymbol{\beta}}) > \chi^2_{(0,05;2)} = 5{,}99$ sehingga H_0 ditolak. Hal ini menunjukkan bahwa minimal ada satu faktor yang memberikan pengaruh terhadap terjadinya banjir di Indonesia.

Pengujian yang kedua yaitu uji signifikansi secara parsial untuk mengetahui pengaruh masing-masing parameter terhadap model dengan menggunakan uji Wald.

Hipotesis uji :

H_0: $\beta_j = 0$; $j = 7$ dan 10 (faktor j tidak memberikan pengaruh secara signifikan terhadap terjadinya banjir di Indonesia)
H_1: $\beta_j \neq 0$; $j = 7$ dan 10 (faktor j memberikan pengaruh secara signifikan terhadap terjadinya banjir di Indonesia)
Statistik Uji :

$$W_j = \frac{\widehat{\beta_j}}{se(\widehat{\beta_j})}, j = 7,10$$

Berdasarkan pada Lampiran 3 diperoleh nilai taksiran parameter β_j dan nilai standar *error* dari masing-masing parameter, dengan taraf signifikansi 5% diperoleh nilai W_j dari semua parameter variabel bebas seperti yang ditunjukkan pada tabel berikut.

Tabel 4.5 Nilai Uji Wald Model Regresi Binomial Negatif dengan Variabel Signifikan

parameter	$\lvert W_j\rvert = \left\lvert\frac{\widehat{\beta_j}}{se(\widehat{\beta_j})}\right\rvert$	$t_{(0,025;33)}$	Keputusan
β_7	4,559	2,035	Tolak H_0
β_{10}	2,324	2,035	Tolak H_0

Berdasarkan kriteria pengujian Wald dengan taraf signifikansi 5% yaitu jika $\lvert W_j\rvert > t_{(0,025;33)}$ maka tolak H_0. Jadi, variabel x_7 (angin puting beliung) dan x_{10} (lama penyinaran matahari) memiliki nilai $\lvert W_j\rvert$ yang lebih besar dari $t_{(0,025;33)}$ yang menunjukkan bahwa H_0 ditolak. Artinya, faktor-faktor tersebut memberikan pengaruh secara signifikan terhadap terjadinya banjir.

4.4.3 *Akaike Information Criteria*

Ketika model regresi diperoleh, selanjutnya adalah membandingkan model-model tersebut untuk mencari model terbaik yang dapat digunakan. Pengukuran yang digunakan adalah *Akaike Information Criteria* (AIC). Pada tabel 4.4 ditunjukkan hasil nilai AIC dari model regresi yang telah diperoleh pada persamaan (4.14) dan (4.15) dengan menggunakan *sofware* R.

Tabel 4.6 Nilai AIC dari Model Regresi Binomial Negatif

Model Regresi	AIC
$\hat{\mu} = \exp(-2{,}6302 - 0{,}0001\,X_1 - 0{,}0961\,X_2 - 0{,}0399\,X_3 + 0{,}0222\,X_4 - 0{,}3333\,X_5 - 0{,}6642\,X_6 + 0{,}0340\,X_7 - 0{,}0078\,X_8 + 0{,}0355\,X_9 - 0{,}0598\,X_{10}$	252,05
$\hat{\mu} = \exp(4{,}3571 + 0{,}0208X_7 - 0{,}0344X_{10})$	241,23

Model regresi Binomial Negatif yang terbaik adalah model yang memiliki nilai AIC terkecil. Nilai AIC yang ditunjukkan pada tabel 4.6 dapat disimpulkan bahwa model regresi Binomial Negatif yang lebih baik digunakan adalah model regresi Binomial Negatif pada persamaan (4.15) dibandingkan dengan model regresi Binomial Negatif pada persamaan (4.14) untuk kasus faktor yang menyebabkan terjadinya banjir di Indonesia tahun 2015.

Jadi, model regresi Binomial Negatif untuk kasus jumlah kejadian banjir yaitu $\hat{\mu} = \exp(4{,}3571 + 0{,}0208X_7 - 0{,}0344X_{10})$ yang berarti jika setiap bertambahnya satu kejadian angin puting beliung, maka rata-rata dari kejadian banjir juga bertambah dan jika setiap bertambahnya satu persen lama penyinaran matahari, maka rata-rata dari kejadian banjir akan menurun.

4.5 Simulasi Iterasi Newton-Raphson

Pada sub bab ini menjelaskan simulasi iterasi Newton-Raphson dari model regresi Binomial Negatif yang telah diperoleh dari perhitungan sebelumnya dengan menggunanakan *Software* Matlab. Berikut ini langkah-langkah dari simulasi iterasi Newton-Raphson.

1. Memasukkan nilai variabel bebas $\boldsymbol{x}_i'$, nilai taksiran parameter β dan taksiran parameter θ yang diperoleh pada perhitungan model regersi Binomial Negatif yang pertama ke dalam persamaan (2.11) untuk mendapatkan nilai μ_i
2. Membangkitkan data variabel terikat $y_i \sim BN(\mu_i, \theta)$ dengan menginputkan nilai μ_i yang diperoleh dari langkah 1. Diperoleh nilai untuk variabel y_i seperti yang ditunjukkan pada Tabel 4.7

Tabel 4.7 Data y_i Baru Setelah di *Generete*

No.	y_i	No.	y_i	No.	y_i	No.	y_i
1.	13	**11.**	11	**21.**	14	**31.**	9

2.	44	**12.**	40	**22.**	11	**32.**	2
3.	13	**13.**	114	**23.**	19	**33.**	4
4.	24	**14.**	15	**24.**	4	**34.**	7
5.	21	**15.**	75	**25.**	9		
6.	19	**16.**	11	**26.**	6		
7.	5	**17.**	2	**27.**	15		
8.	9	**18.**	6	**28.**	3		
9.	11	**19.**	6	**29.**	10		
10.	4	**20.**	9	**30.**	6		

3. Memasukkankan nilai variabel bebas $\boldsymbol{x}_{\boldsymbol{i}}'$, taksiran parameter θ yang bernilai 1,682 dan nilai y_i seperti pada Tabel 4.7, untuk mendapatkan $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{(\mathbf{0})}$ dengan menggunakan persamaan (2.16). *Output* dari langkah 3 seperti pada gambar berikut.

```
Matriks B0 Nilai Awal Iterasi
  -2.071423361237255
  -0.000077258187032
  -0.102494279843119
  -0.040805458743698
   0.023031986164078
  -0.368442449406636
  -0.585780434278714
   0.034312016775687
  -0.008680442994855
   0.046469801835844
  -0.065263381837806
```

Gambar 4.1 Nilai Taksiran β Awal atau $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{(\mathbf{0})}$

4. Mencari nilai matriks $\widehat{\boldsymbol{H}}_{\boldsymbol{t}}$ dan $\widehat{\boldsymbol{g}}_{\boldsymbol{t}}$, dimana

$$\widehat{\boldsymbol{g}}_{\boldsymbol{t}} = \left.\frac{\partial l(\beta)}{\partial \beta}\right|_{\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{t}}} \text{ dan } \widehat{\boldsymbol{H}}_{\boldsymbol{t}} = \left.\frac{\partial^2 l(\beta)}{\partial \beta \partial \beta'}\right|_{\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{t}}$$

untuk mendapatkan nilai $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{t+1}}$ dengan menggunakan rumus iterasi Newton-Raphson pada persamaan (2.15)

5. Terjadi pengulangan pada langkah 4 ketika belum memenuhi keadaan $\left\|\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{(\boldsymbol{t+1})} - \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{t}}\right\| \leq \boldsymbol{\varepsilon}$, dengan nilai $\varepsilon = 0.0001$

6. Ketika telah memenuhi keadaan konvergen yaitu $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{(\boldsymbol{t+1})} = \widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{t}}$ maka iterasi berhenti dan nilai $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{\boldsymbol{t+1}}$ menjadi nilai dari parameter $\widehat{\boldsymbol{\beta}}$ untuk model regresi Binomial Negatif. Pada simulasi ini, iterasi berhenti ketika nilai $t = 2$ atau ketika

iterasi ketiga dengan nilai taksiran parameter-parameternya seperti yang ditunjukkan pada gambar berikut.

```
iterasi ke-3
  -2.119738805062669
  -0.000080182140258
  -0.101188232154882
  -0.040007762442329
   0.022851844473708
  -0.363963228442000
  -0.594094074874087
   0.034329117435579
  -0.008611466121195
   0.046983384632381
  -0.064638418819996
```

Gambar 4.2 Nilai dari Taksiran β Iterasi ke-3 atau $\widehat{\boldsymbol{\beta}}_{(\mathbf{3})}$

Dapat dikatakan bahwa model regresi Binomial Negatif yang didapatkan telah sesuai dengan data jumlah kejadian banjir di Indonesia tahun 2015 yang di asumsikan $y_i \sim BN(\mu_i, \theta)$.

BAB V
KESIMPULAN DAN SARAN

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dari analisis dan pembahasan yang dijelaskan pada bab 4 diperoleh kesimpulan sebagai berikut :

1. Model regresi Binomial Negatif berikut ini dapat diterapkan pada data jumlah kejadian banjir di Indonesia tahun 2015 dengan faktor-faktor yang diduga berpengaruh.

   $$\ln \mu_i = \boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta} \text{ atau } \mu_i = \exp \boldsymbol{x}_i'\boldsymbol{\beta}$$

   Metode yang digunakan yaitu metode *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) dan iterasi Newton-Raphson untuk memaksimumkan fungsi *likelihood* agar mendapatkan nilai dari masing-masing parameter β.
2. Hasil pemodelan dengan menggunakan model regresi Binomial Negatif dan memiliki nilai AIC terkecil untuk kasus jumlah kejadian banjir di Indonesia tahun 2015 dan faktor-faktor yang diduga berpengaruh adalah sebagai berikut:

   $\hat{\mu} = \exp(4{,}3571 + 0{,}0208X_7 - 0{,}0344X_{10})$
3. Berdasarkan persamaan model yang telah diperoleh bahwa variabel x_7 (angin puting beliung) merupakan faktor yang berpengaruh secara signifikan terhadap terjadinya banjir. Jika semakin sering terjadi angin puting beliung maka akan menyebabkan terjadinya banjir. Sedangkan jika variabel x_{10} (lama penyinaran matahari) sering terjadi, maka akan menurunkan jumlah terjadinya banjir di Indonesia tahun 2015.

5.2 Saran

Karena keterbatasan data, menyebabkan model pada tugas akhir ini hanya bisa digunakan untuk data pada tahun 2015. Untuk mengetahui lebih spesifik penyebab terjadinya banjir di Indonesia diperlukan pemodelan dengan menggunakan faktor-faktor lain dan metode yang lebih cocok untuk kasus ini.

DAFTAR PUSTAKA

[1] Badan Nasional Penanggulangan Bencana. (2017). **Potensi dan Ancaman Bencana**. http://www.bnpb.go.id/home/potensi.html (diakses pada tanggal 3 Januari 2018)

[2] Badan Nasional Penanggulangan Bencana. (2012). **Buku Saku Tanggap Tangkas Tangguh Menghadapi Bencana**. Jakarta: Badan Nasional Penanggulangan Bencana.

[3] Keepsoh.com. (2017). **20 Penyebab Terjadinya Banjir Beserta Dampak dan Cara Mengatasinya**. https://keepsoh.com/penyebab-terjadinya-banjir/ (diakses pada tanggal 3 Januari 2018)

[4] Cupal, Martin, dkk. (2015). **The Poisson Regression Analysis for Occurrence of Flood**. Prague, Czech Republic. Masaryk University.

[5] Irwan dan Devni P. S. (2013). **Pemodelan Regresi Poisson, Binomial Negaif danPada Kasus Kecelakaan Kendaraan Bermotor di Lalu Lintas Sumatera Barat**. Padang: Universitas Negeri Padang.

[6] Ismail, N dan Jemain, A. A. (2007). **Handling Overdispersion with Negative Binomial and Generalized Poisson Regression Model**. Malaysia: Causalty Actuarial Society Forum.

[7] Haryanto, A. E. P. (2017). **Pemodelan Faktor-Faktor yang Mempengaruhi Jumlah Pengangguran di Provinsi Jawa Timur Dengan Menggunakan Regresi Binomial Negatif**. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya.

[8] Safitri, A. dkk. (2014). **Penerapan Regresi Poisson dan Binomial Negatif Dalam Memodelkan Jumlah Kasus**

Penderita AIDS di Indonesia Berdasarkan Faktor Sosiodemografi. Padang: Universitas Andalas.

[9] Salmina, M. (2017). **Nilai Awal dan Syarat Batas**. Aceh : Penerbit Natural Aceh.

[10] Gujarati, D. N. (2003). **Basic Economics Fourth Edition**. New York: McGraw-Hill Companies.

[11] Hair, J. F. dkk. (1995). **Multivariate Data Analysis (3rd ed.)**. New York: Macmillan Publishing Company.

[12] Agresti, A. (2002). **Categorical Data Analysis Second Edition**. New Jersey : John Willey and Sons.

[13] McCullagh P dan Nelder FRS J.A. (1983). **Generalized Linear Models Second Edition**. New York: University of Chicago.

[14] Cameron, A. C. dan Pravin K. T. (1998). **Regression Analysis of Count Data**. New York: Cambridge University Press.

[15] Cameron, A. C. dan Pravin K. T. (2005). **Microeconometrics Method and Applications**. New York: Cambridge University Press.

[16] Hilbe, J. M. (2011). **Negative Binomial Regression 2nd edition**. New York: Cambridge University Press.

[17] Widjajati, F. A., dkk. (2015). **Sifat-Sifat Generalisasi Distribusi Binomial Yang Bertipe Com-Poisson**. Surabaya: Institut Teknologi Sepuluh Nopember.

Lampiran 1. Data Jumlah Kejadian Banjir dan Faktor-Faktor Terjadinya

No.	Provinsi	Banjir	curah hujan	kecepatan angin	kelembaban
		y	x_1	x_2	x_3
1	Aceh	59	1575	2,7	80,0
2	Sumatera Utara	26	975,9	2,4	86,9
3	Sumatera Barat	23	3548	2,9	84,0
4	Riau	7	2048,3	3,0	80,5
5	Jambi	9	1694,9	2,4	82,1
6	Sumatera Selatan	26	1947,2	3,3	79,5
7	Bengkulu	12	2668,9	2,1	83,2
8	Lampung	11	1628,1	2,0	78,9
9	Kepulauan Bangka Belitung	2	1534,7	4,1	79,9
10	Kepulauan Riau	1	2250,9	3,2	84,1
11	DKI Jakarta	11	2169,5	1,5	74,0
12	Jawa Barat	33	2199,3	2,1	74,4
13	Jawa Tengah	52	1620,7	2,8	70,0
14	DI Yogyakarta	3	2045,5	0,1	82,8
15	Jawa Timur	83	2024,7	3,9	75,2
16	Banten	25	1310,1	1,0	79,3
17	Bali	0	1133,8	3,3	79,1
18	Nusa Tenggara Barat	9	1147,9	3,3	81,4
19	Nusa Tenggara Timur	7	1406	4,0	75,6
20	Kalimantan Barat	9	2757,7	1,8	85,7

Lanjutan Lampiran 1. Data Jumlah Kejadian Banjir dan Faktor-Faktor Terjadinya

No.	Provinsi	Banjir	curah hujan	kecepatan angin	kelembaban
		y	x_1	x_2	x_3
21	Kalimantan Tengah	4	2748,4	2,2	80,5
22	Kalimantan Selatan	2	2509,6	1,9	81,2
23	Kalimantan Timur	25	2069,4	2,0	79,7
24	Kalimantan Utara	6	2311,5	2,2	83,7
25	Sulawesi Utara	6	1807	2,9	75,6
26	Sulawesi Tengah	11	460,9	2,3	72,6
27	Sulawesi Selatan	14	3382	2,9	75,2
28	Sulawesi Tenggara	3	1589,6	1,3	83,1
29	Gorontalo	13	870,6	2,0	77,5
30	Sulawesi Barat	2	1167,9	1,9	77,2
31	Maluku	2	1987,2	2,4	83,6
32	Maluku Utara	0	913,4	2,6	78,3
33	Papua Barat	0	2844,6	1,5	83,6
34	Papua	4	1265,9	2,6	75,5

Lanjutan Lampiran 1. Data Jumlah Kejadian Banjir dan Faktor-Faktor Terjadinya

No.	Provinsi	tekanan udara	suhu rata-rata	Kekeringan	Angin puting beliung
		x_4	x_5	x_6	x_7
1	Aceh	1010,7	27,1	0	15
2	Sumatera Utara	1010,6	27,4	0	25
3	Sumatera Barat	1010,9	26,5	0	18
4	Riau	1010,5	27,2	0	6
5	Jambi	1011,4	27,0	0	2
6	Sumatera Selatan	1011	27,7	0	6
7	Bengkulu	1011	27,0	0	3
8	Lampung	1012,1	27,1	0	7
9	Kepulauan Bangka Belitung	1011,4	27,3	0	9
10	Kepulauan Riau	1011,4	27,0	0	3
11	DKI Jakarta	1011	28,4	0	0
12	Jawa Barat	924,1	23,5	0	69
13	Jawa Tengah	1011,9	28,5	2	151
14	DI Yogyakarta	1014,9	26,1	0	15
15	Jawa Timur	1011,8	28,0	2	133
16	Banten	1010,6	27,3	1	24
17	Bali	1011,3	27,3	0	3
18	Nusa Tenggara Barat	1014,2	26,1	0	4
19	Nusa Tenggara Timur	1011	27,5	0	14
20	Kalimantan	1011,8	26,9	0	7

	Barat				

Lanjutan Lampiran 1. Data Jumlah Kejadian Banjir dan Faktor-Faktor Terjadinya

No.	Provinsi	tekanan udara	suhu rata-rata	Kekeringan	Angin puting beliung
		x_4	x_5	x_6	x_7
21	Kalimantan Tengah	1013,9	27,7	0	1
22	Kalimantan Selatan	1013,1	27,0	0	8
23	Kalimantan Timur	1012,9	27,9	0	8
24	Kalimantan Utara	1010,5	27,6	0	0
25	Sulawesi Utara	1012,3	27,0	0	2
26	Sulawesi Tengah	1011,9	28,4	0	0
27	Sulawesi Selatan	1013,1	27,3	0	23
28	Sulawesi Tenggara	1012,8	26,9	1	3
29	Gorontalo	1011	27,3	0	1
30	Sulawesi Barat	1012,5	27,9	0	3
31	Maluku	1012,4	26,5	0	7
32	Maluku Utara	1013	27,3	1	1
33	Papua Barat	1011,5	27,4	0	0
34	Papua	1011,1	27,8	0	0

Lanjutan Lampiran 1. Data Jumlah Kejadian Banjir dan Faktor-Faktor Terjadinya

No.	Provinsi	hari hujan	Gelombang pasang	penyinaran matahari
		x_8	x_9	x_{10}
1	Aceh	146	0	65,69
2	Sumatera Utara	105	0	51,86
3	Sumatera Barat	185	0	59,56
4	Riau	140	1	50,32
5	Jambi	135	0	51,97
6	Sumatera Selatan	138	0	51,19
7	Bengkulu	166	0	71,35
8	Lampung	151	0	67,89
9	Kepulauan Bangka Belitung	163	0	59,57
10	Kepulauan Riau	174	0	69,95
11	DKI Jakarta	121	0	60,12
12	Jawa Barat	177	0	65,51
13	Jawa Tengah	140	0	85,05
14	DI Yogyakarta	119	0	75,14
15	Jawa Timur	133	1	80,12
16	Banten	155	1	65,06
17	Bali	124	0	84,44
18	Nusa Tenggara Barat	91	0	84,99
19	Nusa Tenggara Timur	82	0	84
20	Kalimantan	215	0	55,04

	Barat			

Lanjutan Lampiran 1. Data Jumlah Kejadian Banjir dan Faktor-Faktor Terjadinya

No.	Provinsi	hari hujan	Gelombang pasang	penyinaran matahari
		x_8	x_9	x_{10}
21	Kalimantan Tengah	155	1	53,46
22	Kalimantan Selatan	166	0	61,45
23	Kalimantan Timur	186	0	46,97
24	Kalimantan Utara	202	0	63,01
25	Sulawesi Utara	127	0	67,53
26	Sulawesi Tengah	68	1	79,12
27	Sulawesi Selatan	155	1	66,83
28	Sulawesi Tenggara	141	0	72,51
29	Gorontalo	76	0	75,19
30	Sulawesi Barat	93	0	78
31	Maluku	167	1	66,52
32	Maluku Utara	127	0	84,07
33	Papua Barat	218	0	61,63
34	Papua	168	0	64,47

Lampiran 2. Output Model Regresi Binomial Negatif dengan Semua Variabel Bebas Menggunakan *Software* R

```
Call:
glm.nb(formula = y ~ x1 + x2 + x3 + x4 + x5 + x6 + x7 + x8 +
    x9 + x10, data = mydata, link = log, init.theta = 1.68165676)

Deviance Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-2.0516  -1.1311  -0.1416   0.4064   2.5494

Coefficients:
              Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept) -2.6302248 13.6934243  -0.192 0.847680
x1          -0.0001363  0.0003470  -0.393 0.694500
x2          -0.0960538  0.1874932  -0.512 0.608437
x3          -0.0399242  0.0666738  -0.599 0.549307
x4           0.0221929  0.0238202   0.932 0.351499
x5          -0.3333315  0.3971425  -0.839 0.401287
x6          -0.6641590  0.6682360  -0.994 0.320272
x7           0.0339397  0.0101622   3.340 0.000838 ***
x8          -0.0077638  0.0070938  -1.094 0.273759
x9           0.0355294  0.3914672   0.091 0.927684
x10         -0.0598486  0.0206542  -2.898 0.003760 **
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

AIC: 252.05

Number of Fisher Scoring iterations: 1


              Theta:  1.682
          Std. Err.:  0.494
```

Lampiran 3. Output Model Regresi Binomial dengan Variabel Signifikan Menggunakan *Software* R

```
Call:
glm.nb(formula = y ~ x7 + x10, data = mydata, link = log, init.theta = 1.442233436)

Deviance Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-2.4112  -0.9117  -0.3563   0.3504   2.6413

Coefficients:
             Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept)  4.357144   0.972811   4.479 7.50e-06 ***
x7           0.020823   0.004567   4.560 5.13e-06 ***
x10         -0.034371   0.014789  -2.324   0.0201 *
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
AIC: 241.23

Number of Fisher Scoring iterations: 1


              Theta:  1.442
          Std. Err.:  0.417
```

Lampiran 4. Algoritma Uji Signifikansi Parameter Secara Serentak Model 1

```
clc;
clear all;
% Model 1
data=xlsread('likelihood.xlsx','Sheet1','A1:K34'
);
Teta = 1.682;
x=[x0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7 x8 x9 x10];
B=[-2.6302; -0.0001; -0.0961; -0.0399; 0.0222;
-0.3333; -0.6642; 0.0340; -0.0078; 0.0355;
-0.0598];
B0=-2.6302;
for i=1:34
    M(i,1) = exp(x(i,:)*B);
end
Db=0;
for i=1:34
    Db1=-2*(y(i,1)*log(Teta)*exp(B0)-
    (1/Teta)*(1+Teta*exp(B0))-
    y(i,1)*log(1+Teta*(exp(B0)))-
    (1/Teta*log(1+Teta*M(i,1)))-
    y(i,1)*log(Teta)*M(i,1)+y(i,1)*log(1+Teta*M
    (i,1)));
    Db=Db+Db1;
end
disp('Nilai Uji Signifikansi Parameter Secara
Serentak')
disp(Db)
```

Lampiran 5. Algoritma Uji Signifikansi Parameter Secara Serentak Model 2

```
clc;
clear all;
% Model 2
data=xlsread('likelihood.xlsx','Sheet1','A1:K34'
);
y=data(:,1);
Teta = 1.682;
x2=[x0 x7 x10];
B0=-2.6302;
B=[-2.6302; 0.0340 ; -0.0598];
for i=1:34
    M(i,1) = exp(x2(i,:)*B);
end
Db=0;
for i=1:34
    Db1=-2*((y(i,1)*log(Teta)*exp(B0))-
    (1/Teta)*(1+Teta*exp(B0))-
    y(i,1)*log(1+Teta*(exp(B0)))-
    (1/Teta*log(1+Teta*M(i,1)))-
    y(i,1)*log(Teta)*M(i,1)+y(i,1)*log(1+Teta*M
    (i,1)));
    Db=Db+Db1;
end
disp('Nilai  Uji  Signifikansi  Parameter  Secara
Serentak')
disp(Db)
```

Lampiran 6. Nilai VIF

```
Call:
lm(formula = x1 ~ x2 + x3 + x4 + x5 + x6 + x7 + x8 + x9 + x10,
    data = mydata)

Residuals:
   Min     1Q Median     3Q    Max 
-830.2 -326.4  -27.1  239.9  878.3 

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept) -14472.030   7644.003  -1.893 0.070443 .  
x2             -56.264    109.994  -0.512 0.613662    
x3             -33.870     38.834  -0.872 0.391762    
x4              25.988     12.968   2.004 0.056481 .  
x5            -322.668    220.575  -1.463 0.156482    
x6            -700.519    330.180  -2.122 0.044389 *  
x7              11.224      5.159   2.176 0.039647 *  
x8              13.821      3.048   4.534 0.000136 ***
x9             255.842    226.042   1.132 0.268886    
x10             -5.527     11.855  -0.466 0.645283    
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 494.3 on 24 degrees of freedom
  (1 observation deleted due to missingness)
Multiple R-squared:  0.6536,	Adjusted R-squared:  0.5237 
F-statistic: 5.031 on 9 and 24 DF,  p-value: 0.0007269
```

$$VIF_{x_1} = \frac{1}{1 - 0{,}6536} = 2{,}8869$$

```
Call:
lm(formula = x2 ~ x1 + x3 + x4 + x5 + x6 + x7 + x8 + x9 + x10,
    data = mydata)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max 
-2.42338 -0.51367 -0.07583  0.66198  1.57751 

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -1.186e+01  1.493e+01  -0.794    0.435
x1          -1.917e-04  3.747e-04  -0.512    0.614
x3          -2.127e-02  7.268e-02  -0.293    0.772
x4           1.403e-02  2.570e-02   0.546    0.590
x5           4.164e-02  4.248e-01   0.098    0.923
x6          -9.182e-01  6.371e-01  -1.441    0.162
x7           1.633e-02  9.871e-03   1.654    0.111
x8           2.000e-03  7.655e-03   0.261    0.796
x9           1.142e-01  4.276e-01   0.267    0.792
x10          9.721e-03  2.189e-02   0.444    0.661

Residual standard error: 0.9123 on 24 degrees of freedom
  (1 observation deleted due to missingness)
Multiple R-squared:  0.1632,	Adjusted R-squared:  -0.1506 
F-statistic:  0.52 on 9 and 24 DF,  p-value: 0.8456
```

$$VIF_{x_2} = \frac{1}{1 - 0{,}1632} = 1{,}1950$$

Lanjutan Lampiran 6. Nilai VIF

```
Call:
lm(formula = x3 ~ x1 + x2 + x4 + x5 + x6 + x7 + x8 + x9 + x10,
    data = mydata)

Residuals:
   Min     1Q Median     3Q    Max 
-5.081 -1.114 -0.236  1.232  6.426 

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept) -44.278990  41.433767  -1.069 0.295850    
x1           -0.000907   0.001040  -0.872 0.391762    
x2           -0.167188   0.571283  -0.293 0.772302    
x4            0.235343   0.054307   4.334 0.000226 ***
x5           -3.959908   0.875055  -4.525 0.000139 ***
x6            0.357790   1.860568   0.192 0.849124    
x7           -0.012289   0.029103  -0.422 0.676604    
x8            0.032746   0.020426   1.603 0.121980    
x9           -0.887655   1.186805  -0.748 0.461765    
x10          -0.123950   0.056195  -2.206 0.037224 *  
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 2.558 on 24 degrees of freedom
  (1 observation deleted due to missingness)
Multiple R-squared:  0.7026,	Adjusted R-squared:  0.591 
F-statistic: 6.299 on 9 and 24 DF,  p-value: 0.0001458
```

$$VIF_{x_3} = \frac{1}{1 - 0{,}7026} = 3{,}3625$$

```
Call:
lm(formula = x4 ~ x1 + x2 + x3 + x5 + x6 + x7 + x8 + x9 + x10,
    data = mydata)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max 
-13.2767  -4.8099   0.5937   4.7679  12.0807 

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept) 465.347897  72.328940   6.434 1.18e-06 ***
x1            0.005516   0.002752   2.004 0.056481 .  
x2            0.874075   1.601290   0.546 0.590203    
x3            1.865307   0.430433   4.334 0.000226 ***
x5           13.906749   1.785873   7.787 5.07e-08 ***
x6            5.851355   5.104201   1.146 0.262939    
x7           -0.139309   0.077164  -1.805 0.083579 .  
x8           -0.099782   0.056975  -1.751 0.092664 .  
x9            0.849582   3.375472   0.252 0.803421    
x10           0.301453   0.162222   1.858 0.075438 .  
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 7.201 on 24 degrees of freedom
  (1 observation deleted due to missingness)
Multiple R-squared:  0.8344,	Adjusted R-squared:  0.7723 
F-statistic: 13.44 on 9 and 24 DF,  p-value: 2.214e-07
```

$$VIF_{x_4} = \frac{1}{1 - 0{,}8344} = 6{,}0386$$

Lanjutan Lampiran 6. Nilai VIF

```
Call:
lm(formula = x5 ~ x1 + x2 + x3 + x4 + x6 + x7 + x8 + x9 + x10,
    data = mydata)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max 
-0.72730 -0.22370 -0.03119  0.30145  0.67918 

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept) -1.402e+01  6.679e+00  -2.099 0.046472 *  
x1          -2.537e-04  1.734e-04  -1.463 0.156482    
x2           9.611e-03  9.805e-02   0.098 0.922724    
x3          -1.163e-01  2.569e-02  -4.525 0.000139 ***
x4           5.152e-02  6.616e-03   7.787 5.07e-08 ***
x6           9.698e-02  3.184e-01   0.305 0.763349    
x7           1.879e-03  4.991e-03   0.377 0.709852    
x8           3.440e-03  3.615e-03   0.952 0.350809    
x9          -5.231e-02  2.054e-01  -0.255 0.801192    
x10         -2.401e-02  9.354e-03  -2.566 0.016938 *  
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 0.4383 on 24 degrees of freedom
  (1 observation deleted due to missingness)
Multiple R-squared:  0.8151,	Adjusted R-squared:  0.7457 
F-statistic: 11.75 on 9 and 24 DF,  p-value: 7.75e-07
```

$$VIF_{x_5} = \frac{1}{1 - 0{,}8151} = 5{,}4083$$

```
Call:
lm(formula = x6 ~ x1 + x2 + x3 + x4 + x5 + x7 + x8 + x9 + x10,
    data = mydata)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max 
-0.31216 -0.14287 -0.03622  0.10436  0.76402 

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
(Intercept) -1.112e+01  4.058e+00  -2.740   0.0114 *  
x1          -2.255e-04  1.063e-04  -2.122   0.0444 *  
x2          -8.674e-02  6.019e-02  -1.441   0.1625    
x3           4.300e-03  2.236e-02   0.192   0.8491    
x4           8.872e-03  7.739e-03   1.146   0.2629    
x5           3.969e-02  1.303e-01   0.305   0.7633    
x7           1.289e-02  1.825e-03   7.061 2.67e-07 ***
x8           4.249e-03  2.191e-03   1.940   0.0642 .  
x9           1.558e-01  1.277e-01   1.220   0.2344    
x10          1.068e-02  6.394e-03   1.671   0.1077    
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 0.2804 on 24 degrees of freedom
  (1 observation deleted due to missingness)
Multiple R-squared:  0.8026,	Adjusted R-squared:  0.7286 
F-statistic: 10.84 on 9 and 24 DF,  p-value: 1.616e-06
```

$$VIF_{x_6} = \frac{1}{1 - 0{,}8026} = 5{,}0659$$

Lanjutan Lampiran 6. Nilai VIF

```
Call:
lm(formula = x7 ~ x1 + x2 + x3 + x4 + x5 + x6 + x8 + x9 + x10,
    data = mydata)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-43.530  -4.730   0.284   5.575  35.204

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 828.966759 243.289399   3.407  0.00232 **
x1            0.014678   0.006746   2.176  0.03965 *
x2            6.268037   3.789063   1.654  0.11110
x3           -0.600077   1.421153  -0.422  0.67660
x4           -0.858295   0.475414  -1.805  0.08358 .
x5            3.124981   8.300038   0.377  0.70985
x6           52.373588   7.417043   7.061 2.67e-07 ***
x8           -0.174039   0.145925  -1.193  0.24466
x9           -4.605480   8.336667  -0.552  0.58576
x10          -0.158022   0.429446  -0.368  0.71612
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 17.87 on 24 degrees of freedom
  (1 observation deleted due to missingness)
Multiple R-squared:  0.8027,    Adjusted R-squared:  0.7287
F-statistic: 10.85 on 9 and 24 DF,  p-value: 1.606e-06
```

$$VIF_{x_7} = \frac{1}{1 - 0{,}8027} = 5{,}0684$$

```
Call:
lm(formula = x8 ~ x1 + x2 + x3 + x4 + x5 + x6 + x7 + x9 + x10,
    data = mydata)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max
-35.262 -17.227  -0.473  17.610  48.155

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) 748.273479 372.693381   2.008 0.056055 .
x1            0.033386   0.007363   4.534 0.000136 ***
x2            1.417904   5.427815   0.261 0.796144
x3            2.953908   1.842552   1.603 0.121980
x4           -1.135628   0.648442  -1.751 0.092664 .
x5           10.568505  11.106573   0.952 0.350809
x6           31.895351  16.442584   1.940 0.064244 .
x7           -0.321493   0.269559  -1.193 0.244661
x9          -12.252359  11.124812  -1.101 0.281666
x10          -0.666500   0.569288  -1.171 0.253189
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Residual standard error: 24.29 on 24 degrees of freedom
  (1 observation deleted due to missingness)
Multiple R-squared:  0.6904,    Adjusted R-squared:  0.5743
F-statistic: 5.946 on 9 and 24 DF,  p-value: 0.0002236
```

$$VIF_{x_8} = \frac{1}{1 - 0{,}6904} = 3{,}2299$$

Lanjutan Lampiran 6. Nilai VIF

```
Call:
lm(formula = x9 ~ x1 + x2 + x3 + x4 + x5 + x6 + x7 + x8 + x10,
    data = mydata)

Residuals:
     Min       1Q   Median       3Q      Max 
-0.47280 -0.23550 -0.08993  0.03503  0.96326 

Coefficients:
              Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept)  1.4543734  7.2043116   0.202    0.842
x1           0.0001981  0.0001750   1.132    0.269
x2           0.0259466  0.0971611   0.267    0.792
x3          -0.0256606  0.0343086  -0.748    0.462
x4           0.0030987  0.0123115   0.252    0.803
x5          -0.0515001  0.2022699  -0.255    0.801
x6           0.3747519  0.3072051   1.220    0.234
x7          -0.0027264  0.0049352  -0.552    0.586
x8          -0.0039265  0.0035652  -1.101    0.282
x10         -0.0124147  0.0101672  -1.221    0.234

Residual standard error: 0.4349 on 24 degrees of freedom
  (1 observation deleted due to missingness)
Multiple R-squared:  0.1834,	Adjusted R-squared:  -0.1228 
F-statistic: 0.599 on 9 and 24 DF,  p-value: 0.7852
```

$$VIF_{x_9} = \frac{1}{1 - 0{,}1834} = 1{,}2246$$

```
Call:
lm(formula = x10 ~ x1 + x2 + x3 + x4 + x5 + x6 + x7 + x8 + x9,
    data = mydata)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-14.790  -4.143  -0.312   4.366  13.812 

Coefficients:
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)  
(Intercept) 10.332054 140.448886   0.074   0.9420  
x1          -0.001624   0.003483  -0.466   0.6453  
x2           0.838325   1.887845   0.444   0.6610  
x3          -1.359828   0.616496  -2.206   0.0372 *
x4           0.417261   0.224542   1.858   0.0754 .
x5          -8.970143   3.495118  -2.566   0.0169 *
x6           9.753440   5.837152   1.671   0.1077  
x7          -0.035501   0.096480  -0.368   0.7161  
x8          -0.081059   0.069237  -1.171   0.2532  
x9          -4.711384   3.858452  -1.221   0.2339  
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 8.472 on 24 degrees of freedom
  (1 observation deleted due to missingness)
Multiple R-squared:  0.5824,	Adjusted R-squared:  0.4258 
F-statistic: 3.719 on 9 and 24 DF,  p-value: 0.004818
```

$$VIF_{x_{10}} = \frac{1}{1 - 0{,}5824} = 2{,}3946$$

Lampiran 7. Algoritma Iterasi Newton-Raphson Regresi Binomial Negatif

```
clc;
clear all;
data=xlsread('data1.xlsx','Sheet1','A2:K35');
y=data(:,1);
x=[x0 x1 x2 x3 x4 x5 x6 x7 x8 x9 x10];

iterasi=1;
B0=(inv(transpose(x)*x))*(transpose(x)*log(y));
disp('Nilai Awal Parameter Beta')
disp(B0)

%Matriks Gt (Turunan Pertama Fungsi Likelihood)
df1=[dfb0; dfb1; dfb2; dfb3; dfb4; dfb5; dfb6;
dfb7; dfb8; dfb9; dfb10];

%Matriks Hessian (turunan Kedua Fungsi
Likelihood)
dff2 = [df2b0 df2b0b1 df2b0b2 df2b0b3 df2b0b4
        df2b0b5 df2b0b6 df2b0b7 df2b0b8 df2b0b9
        df2b0b10;
        df2b0b1 df2b1 df2b1b2 df2b1b3 df2b1b4
        df2b1b5 df2b1b6 df2b1b7 df2b1b8 df2b1b9
        df2b1b10;
        df2b0b2 df2b1b2 df2b2 df2b2b3 df2b2b4
        df2b2b5 df2b2b6 df2b2b7 df2b2b8 df2b2b9
        df2b2b10;
        df2b0b3 df2b1b3 df2b2b3 df2b3 df2b3b4
        df2b3b5 df2b3b6 df2b3b7 df2b3b8 df2b3b9
        df2b3b10;
        df2b0b4 df2b1b4 df2b2b4 df2b3b4 df2b4
        df2b4b5 df2b4b6 df2b4b7 df2b4b8 df2b4b9
        df2b4b10;
```

```
        df2b0b5 df2b1b5 df2b2b5 df2b3b5 df2b4b5
        df2b5 df2b5b6 df2b5b7 df2b5b8 df2b5b9
        df2b5b10;
```

Lanjutan Lampiran 7. Algoritma Iterasi Newton-Raphson Regresi Binomial Negatif

```
        df2b0b6 df2b1b6 df2b2b6 df2b3b6 df2b4b6
        df2b5b6 df2b6 df2b6b7 df2b6b8 df2b6b9
        df2b6b10;
        df2b0b7 df2b1b7 df2b2b7 df2b3b7 df2b4b7
        df2b5b7 df2b6b7 df2b7 df2b7b8 df2b7b9
        df2b7b10;
        df2b0b8 df2b1b8 df2b2b8 df2b3b8 df2b4b8
        df2b5b8 df2b6b8 df2b7b8 df2b8 df2b8b9
        df2b8b10;
        df2b0b9 df2b1b9 df2b2b9 df2b3b9 df2b4b9
        df2b5b9 df2b6b9 df2b7b9 df2b8b9 df2b9
        df2b9b10;
        df2b0b10 df2b1b10 df2b2b10 df2b3b10
        df2b4b10 df2b5b10 df2b6b10 df2b7b10
        df2b8b10 df2b9b10 df2b10];

B1=B0-(inv(dff2)*df1);
disp(['iterasi ke-',num2str(iterasi)])
disp(B1)

eror=abs(B1-B0);
val = true;
while val
    iterasi=iterasi+1;
    B0=B1;
    for i=1:34
        M(i,1) = exp(x(i,:)*B0);
```

```
    end
    B1=B0-(inv(dff2)*df1);
    eror=abs(B1-B0);
    disp(['iterasi ke-',num2str(iterasi)])
    disp(B1)
    disp('perbedaan')
    disp(abs(B1-B0))
end
```

BIODATA PENULIS

Bernama lengkap Rizki Nur Fadilah dengan nama panggilan Dila. Lahir di Sumenep, 3 April 1996 dan bertempat tinggal di Sumenep sejak 1996. Jenjang pendidikan formal yang ditempuh yaitu SDN Krangduak I (2002-2008), SMPN 1 Sumenep (2008-2011), SMAN 1 Sumenep (2011-2014).

Pada tahun 2014 penulis diterima Jurusan Matematika di ITS melalui jalur SNMPTN untuk menempuh pendidikan S1 selama empat tahun. Di Jurusan Matematika ITS penulis mengambil bidang minat Riset Operasi dan Pengolahan Data (ROPD). Penulis juga aktif berorganisasi di KM ITS, yaitu sebagai staff Entrepreneur Development di Himpunan Matematika ITS (Himatika ITS) (2015-2017), penulis juga aktif dalam kepanitian acara tingkat Nasional yaitu Olimpiade Matematika ITS sebagai Koordinator Kestari di dalam kampus.

Jika ingin memberi saran, kritik, dan diskusi mengenai laporan Tugas Akhir ini, bisa menghubungi melalui email rinfadila@gmail.com. Semoga bermanfaat.